

حل ارتعاش آزاد پوسته‌های متقارن مرکزی بر مبنای استفاده از نوار محدود نصف‌النهار

عباس نقش^۱، محمد مهدی سعادت پور^۲

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد دانشکده عمران، دانشگاه صنعتی اصفهان

۲- استاد دانشکده عمران، دانشگاه صنعتی اصفهان

abbasnaghsh@cv.iut.ac.ir

در این مقاله به ارائه روشی کارآمد برای حل ارتعاش آزاد پوسته‌های متقارن مرکزی بر اساس تئوری تغییر مکان برشی مرتبه اول پرداخته شده است. به این منظور از روش نوار محدود نصف‌النهار در دستگاه منحنی‌الخط پوسته استفاده شده است. برای بیان میدان جابجایی در جهت طولی نوار از چندجمله‌ای‌های لاگرانژ استفاده شده است که امکان در نظر گرفتن انواع تکیه‌گاه‌های نقطه‌ای و غیر نقطه‌ای لبه‌ای و داخلی را با ارضای شرایط مرزی ضروری به راحتی فراهم می‌کند. اثر سخت‌کننده‌های طولی با محاسبه ماتریس سختی و جرم آن در محل سطح میانی پوسته در نظر گرفته می‌شود. با ارائه دو مثال دقت و همگرایی روش حاضر نشان داده شده است.

کلمات کلیدی: پوسته‌های متقارن مرکزی، فرکانس‌های طبیعی، روش نوار محدود، تئوری ریزنر-میندلین.

۱. مقدمه

در میان انواع پوسته‌ها، پوسته‌های متقارن مرکزی کاربرد وسیعی در صنایع مختلف دارند. از جمله در سازه‌هایی مانند مخازن ذخیره مایعات، سیلوها، برج‌های خنک‌کننده، تونل‌ها، سقف محوطه‌های بزرگ و غیره که در بسیاری از موارد برای رعایت مسائل اقتصادی، با سخت‌کننده‌های طولی تقویت می‌شوند. از آنجا که این پوسته‌ها در طول دوران بهره‌برداری در معرض بارگذاری‌های مختلف دینامیکی قرار می‌گیرند، شناخت خواص دینامیکی آن‌ها مانند فرکانس‌های طبیعی، همواره از موضوعات مورد توجه محققان بوده است. در میان مطالعات قبلی که در زمینه ارتعاش این نوع پوسته‌ها انجام شده است روش‌های ریتز، گالرکین و اجزاء محدود بیشترین کاربرد را داشته لیکن با توجه به خواص هندسی پوسته‌های متقارن مرکزی، روش‌های کارآمدتری مانند روش نوار محدود برای حل آن‌ها وجود دارد. در مقاله حاضر این روش برای حل ارتعاش آزاد پوسته‌های متقارن مرکزی با ضخامت ثابت یا متغیر در طول نصف‌النهار به کار گرفته شده است.

برای پوسته‌های نازک و ضخیم تئوری‌های مختلف دو بعدی وجود دارد که هر کدام با در نظر گرفتن فرضیات ساده‌کننده‌ای از تئوری الاستیسیته سه‌بعدی حاصل شده‌اند. تئوری پوسته‌های نازک، بر پایه فرضیات لاو-کیرشهف بوده که فرض می‌کند تارهای عمود بر سطح میانی بعد از تغییر شکل به صورت عمود و بدون تغییر طول باقی می‌مانند و بدین ترتیب اثر برش و اینرسی دورانی در معادلات وارد نمی‌شود. این فرض باعث می‌شود تا به کارگیری تئوری پوسته‌های نازک برای حل پوسته‌های ضخیم همراه با خطا باشد. در روش حاضر از تئوری ریزنر-میندلین که بر اساس تئوری تغییر مکان برشی مرتبه اول است استفاده شده و نتایج بدست آمده نشان می‌دهد که این روش علاوه بر پوسته‌های ضخیم، قابلیت کاربرد برای پوسته‌های نسبتاً نازک را هم داراست.

۲. هندسه پوسته و روابط کرنش-تغییر مکان

پوسته‌هایی که در این مطالعه بررسی می‌شوند، پوسته‌های متقارن مرکزی هستند که از چرخش یک منحنی که نصف‌النهار نامیده می‌شود حول یک محور دوران حاصل می‌شوند. شکل ۱ مقطع عرضی یک پوسته دلخواه متقارن مرکزی را نشان می‌دهد که ضخامت آن، h ، در طول نصف‌النهار تغییر می‌کند. در این شکل ϕ زاویه بین عمود بر سطح میانی پوسته و محور دوران است و R_ϕ و R_θ شعاع‌های انحناهای اصلی سطح میانی پوسته در راستای نصف‌النهار و محیطی هستند. انحناهای پوسته با انحناهای سطح میانی تعریف می‌شود و موقعیت هر نقطه با سه مؤلفه ϕ در جهت نصف‌النهار