

حل مسائل تکین لاپلاس با استفاده از یک روش بدون شبکه محلی بر اساس توابع پایه نمایی

فرشید مسیبی^۱، مائده نصر اصفهانی^۲

۱، ۲- گروه مهندسی عمران، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه اصفهان

m.nasr@eng.ui.ac.ir

خلاصه

وجود نقاط تکین در دامنه حل موجب می شود دقت روش های عددی حل معادلات دیفرانسیل به شدت کاهش یابد. این پدیده در مسائل مهندسی عمدتاً به دلیل وجود ناپیوستگی در شرایط مرزی و یا تغییر ناگهانی در شکل دامنه به وقوع می پیوندد. در این مقاله حل مسائل تکین با استفاده از یک روش بدون شبکه محلی مورد توجه قرار می گیرد. در روش پیشنهادی پس از گسسته سازی دامنه حل توسط تعدادی از نقاط گره ای، در اطراف هر یک از این نقاط یک ابر شامل تعدادی از نقاط مجاور در نظر گرفته می شود و پاسخ معادله در هر ابر به صورت یک ترکیب خطی از توابع پایه نمایی نوشته می شود. به منظور بهبود نتایج، در محدوده نقاط تکین از توابع شبه نمایی که خود دارای ناپیوستگی در نقطه تکین بوده و معادله دیفرانسیل را ارضا می کنند، استفاده می شود. نتایج حاصل از حل مسائل موثر و تیر ترک خورده، بیانگر دقت بالای روش پیشنهادی می باشد.

کلمات کلیدی: روش های بدون شبکه، مسائل تکین، توابع پایه نمایی، تکنیکی مرزی، معادله دیفرانسیل لاپلاس

۱. مقدمه

تحلیل یک پدیده فیزیکی یا به عبارت دیگر حل یک مسئله مهندسی، نیازمند فرموله کردن مسئله مزبور با استفاده از معادلات دیفرانسیل می باشد. در اکثر موارد پیچیدگی های مربوط به ارضای این گونه معادلات در داخل دامنه حل و یا مرزها، موجب محدودیت در استفاده از روش های تحلیلی به منظور حل معادلات دیفرانسیل می گردد. از این رو در سال های اخیر، ارائه روش های عددی مورد توجه بسیاری از محققان قرار گرفته است. از جدیدترین روش های عددی، می توان روش های بدون شبکه را نام برد. عدم نیاز به تولید شبکه المان و حل مسئله به کمک مجموعه ای از نقاط، از ویژگی های خاص این روش به شمار می رود. از جمله اولین روش ها در این دسته، می توان روش هیدرودینامیک ذرات هموار را نام برد. این روش اولین بار در سال ۱۹۷۷ توسط لوسی، گینگلد و موناگان، به منظور مدلسازی پدیده های بدون مرز فیزیک نجومی مورد استفاده قرار گرفت [۱، ۲]. پس از آن در سال ۱۹۹۱ روش المان پخشی توسط نایرلز و تازوت ابداع گردید [۳]. بلیچکو در سال ۱۹۹۴ با توسعه روش المان پخشی، روش بدون المان گالرکین را ارائه نمود [۴]. استفاده از شبکه بندی زمینه ای به منظور انتگرال گیری عددی، موجب محسوب نشدن این روش به عنوان یک روش کاملاً بدون شبکه شده است. از دیگر روش های مهم بدون شبکه، روش نقاط محدود را می توان نام برد. این روش در سال ۱۹۹۶ توسط اوئیاته و همکاران برای مدل سازی جریان سیالات گسترش یافت [۵]. ویژگی اصلی این روش ارضای مستقیم معادلات دیفرانسیل در نقاط گره ای است. روش بدون شبکه محلی پترو گالرکین یکی دیگر از روش های بدون شبکه می باشد، که در سال ۱۹۹۸ توسط آتلوری و همکاران ارائه شد [۶]. همچنین روش معروف حل های اساسی در این زمره قرار دارد، که از آن برای حل مسائلی مانند هلمهولتز، الاستیسیته، بای هارمونیک و انتشار امواج استفاده شده است [۷-۹]. در سال های اخیر روش دیگری تحت عنوان روش توابع پایه نمایی به این گروه افزوده شد. این روش اولین بار در سال ۲۰۱۰ توسط برومند و همکاران به منظور حل مسائل استاتیکی و دینامیکی الاستیسیته مورد استفاده قرار گرفت [۱۰]. کاربرد روش توابع پایه نمایی را می توان در حل مسائل متعدد ذکر شده در مراجع [۱۱-۱۳] یافت.

^۱ استادیار گروه مهندسی عمران

^۲ دانشجوی کارشناسی ارشد عمران- سازه