

حل دقیق مسأله مقدار اولیه حاکم بر سیستم یک درجه آزادی نامیرا با جرم متغیر نمایی کاهنده بر حسب زمان

علیرضا علیپور چک آب^۱، احمد آفتابی ثانی^۲

دانشگاه آزاد اسلامی، واحد مشهد، گروه مهندسی عمران، مشهد، ایران

alireza.alipour.chekab@gmail.com

خلاصه

در این پژوهش، نخست، معادله حاکم بر سیستم یک درجه آزادی نامیرا، با سختی ثابت و جرم متغیر با تغییراتی غیرتناوبی و نمایی نسبت به زمان، که معادله دیفرانسیلی خطی و مرتبه دو با ضرایب متغیر است، استخراج می‌گردد. پس از استخراج معادله مزبور، مقدمات کار برای حل دقیق آن در شرایط ارتعاش آزاد به همراه دو شرط اولیه وابسته فراهم می‌گردد. برای این منظور، معادله دیفرانسیل مورد اشاره، به یاری تغییر متغیری مناسب، به یکی از معادلات دیفرانسیل کلاسیک در عالم ریاضی تبدیل می‌شود. در ادامه، پاسخ عمومی بدست آمده که دارای دو ثابت مجهول است، با اعمال شرایط اولیه به یک تابع شناخته شده معلوم تبدیل شده و عملاً پاسخ تحلیلی مسأله در دسترس قرار می‌گیرد. این مقاله، با تحلیل حساسیت مدل به تغییر پاره‌ای از پارامترهای آن پایان می‌پذیرد.

کلمات کلیدی: سیستم یک درجه آزادی، جرم متغیر، حل دقیق، تحلیل حساسیت.

۱. مقدمه:

پارامترهای موجود در یک معادله دیفرانسیل، بصورت کلی، می‌توانند نسبت به زمان تغییر کنند. به عنوان مثال، می‌توان به معادله حاکم بر یک فضاپیمای در حال حرکت اشاره کرد که پارامتر جرم موجود در آن با گذشت زمان تغییر می‌کند. نمونه دیگری از این معادلات، معادله دیفرانسیل حاکم بر یک نوسانگر مکانیکی است که در آن، پارامترهایی مانند جرم، میرایی و یا سختی می‌توانند متغیری از زمان باشند.

در حالت خاص، پارامترهای موجود در معادله حاکم بر سیستم یک درجه آزادی می‌توانند به صورت تناوبی یا غیرتناوبی نسبت به زمان تغییر کنند. **مکلاکلن [۱]**، با پنداشتن تغییر تناوبی پارامترها نسبت به زمان، معادله حاکم بر این سیستم را به معادله **متیو** که یکی از معادلات مهم در تحلیل سیستم‌های فیزیکی و مکانیکی است تبدیل کرد. همانگونه که پیش از این نیز ذکر شد، پارامترهای موجود در یک معادله دیفرانسیل می‌توانند بصورت غیرتناوبی نیز با زمان تغییر کنند. به عنوان نمونه، می‌توان به یک پاندول با تغییر غیرتناوبی طولش نسبت به زمان اشاره کرد که در واقع، سیستمی با یک درجه آزادی و تغییر غیرتناوبی سختی است [۲]. خاطر نشان می‌سازد، بدست آوردن حل دقیق مسائلی که پارامترهای موجود در آنها بصورت غیرتناوبی با زمان تغییر می‌کنند معمولاً کار دشواری است و در عمل، کمتر به حل دقیق اینگونه سیستم‌ها توجه شده است. به همین دلیل در کنار تلاش برای حل دقیق اینگونه معادلات، راهکارهای عددی نیز برای یافتن پاسخ آنها مدنظر پژوهشگران قرار گرفته است. به عنوان مثال، **ساندرز [۳]** و همچنین، **وتنگ و همکاران [۴]**، به حل عددی معادلات حاکم بر حرکت سه‌بعدی کابل‌های با طول متغیر نسبت به زمان، به ترتیب، با بهره‌جویی از روش تفاضلات محدود و راهکار اجزای محدود پرداختند. همچنین، در میان راهکارهای دقیقی که برای حل اینگونه مسائل پیشنهاد شده است، می‌توان به پژوهش **لی و همکاران [۵]** اشاره کرد. آنها با استفاده از توابع نمایی و همچنین، توانی، به تحلیل

^۱ دانشجوی کارشناسی ارشد سازه دانشگاه آزاد اسلامی واحد مشهد

^۲ استادیار گروه مهندسی عمران دانشگاه آزاد اسلامی واحد مشهد