

مقایسه روش‌های انتگرال‌گیری عددی در تحلیل هم‌هندسه

محمد قاسم جواد^۱، بهروز حسنی^۲

1- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی هوافضا گرایش سازه، دانشگاه فردوسی مشهد

2- استاد گروه مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد

javad iqom85@gmail.com

خلاصه

روش هم‌هندسه^۳ دارای ویژگی‌های منحصر به فرد و مناسبی است که در آینده‌ای نه چندان دور می‌تواند جایگزین روش‌های عددی متداولی نظیر اجزای محدود گردد. ایده‌ی اصلی این روش بر اساس استفاده از همان مدل هندسی به عنوان مدل محاسباتی برای تحلیل مسائل استوار است. با ابداع این روش فرایندهای طراحی و تحلیل توانستند در یکدیگر ادغام شوند. از آنجا که در طراحی‌های رایانه‌ای از تکنیک نریز^۴ برای تولید هندسه استفاده می‌شود، با توجه به مفهوم ایزوپارامتریک^۵ در روش هم‌هندسه نیز از توابع پایه نریز بجای توابع شکل چند جمله‌ای مرسوم در اجزای محدود استفاده می‌شود. از سوی دیگر در فرمول‌بندی روش‌های تحلیل سازه نیاز به حل عددی انتگرال‌هایی است که ماتریس سختی و بردار بارگذاری را تشکیل می‌دهند. در این پژوهش نتایج روش‌های انتگرال‌گیری عددی گوس و سیمپسون در حل یک معادله دیفرانسیل ساده با حالت‌های مختلف وزن‌دهی به نقاط کنترلی مقایسه شده‌اند.

کلمات کلیدی: تحلیل هم‌هندسه، بی‌اسپلاین، نریز، روش گوس، روش سیمپسون

1. مقدمه

مسائل پیش روی مهندسين اغلب دارای شکل دیفرانسیلی است که تعداد محدودی از این معادلات را می‌توان به صورت تحلیلی حل نمود. تاکنون برای حل معادلات دیفرانسیل روش‌های عددی متعددی معرفی شده است که در حوزه مکانیک محاسباتی در مورد آنها بحث می‌شود. این روش‌ها به ترتیب شکل‌گیری شامل روش‌های تفاضل محدود^۶، اجزای محدود^۷، اجزای مرزی^۸ و روش‌های بدون شبکه می‌باشند [1]. حوزه استفاده از این روش‌ها بسیار متنوع بوده و می‌توان از آنها در مسائلی مانند مکانیک جامدات، مکانیک سیالات، انتشار امواج، الکتروسیسته، انتقال حرارت و غیره استفاده، و اقدام به مدلسازی و حل معادلات حاکم بر این مسائل نمود. در میان روش‌های مذکور، روش اجزای محدود با قدمتی نزدیک به 60 سال از شناخته شده ترین روش‌های عددی می‌باشد که بنیان بسیاری از نرم افزارهای محاسباتی کنونی را در زمینه‌های علمی مختلف تشکیل می‌دهد. این روش در سالهای 1950 تا 1960 شکل گرفت و همزمان با رشد علم رایانه در زمینه سخت افزار و نرم افزار، برنامه‌های آکادمیک و تجاری زیادی بر مبنای آن تهیه گردید. شاید بتوان گفت در این دوره مهندسی هوافضا بیشترین نقش را در پیشرفت این روش ایفا نمود [2]. روش اجزا محدود محدودیت‌هایی نظیر نیاز این روش به شبکه‌ای از المان‌ها و گره‌ها دارد. تا به امروز این مسئله یکی از جدی ترین مشکلات این روش می‌باشد. حداقل ایراد تولید شبکه مدت زمانی است که برای انجام آن صرف می‌شود که به طور میانگین حدود 80 درصد زمان حل مسئله را به خود اختصاص می‌دهد [3]. تقریباً یک دهه پس از ایجاد روش اجزای محدود و بین سال‌های 1970 تا 1980 پیشرفتهای چشمگیری در علم مدلسازی هندسه و یا طراحی رایانه‌ای^۹ انجام گردید. با توجه به اینکه تحلیل بر مبنای هندسه

¹ دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی هوافضا گرایش سازه

² استاد

³ Isogeometric

⁴ NURBS(Non Uniform Rational B-Spline)

⁵ Isoparametric

⁶ FDM (Finite Difference Method)

⁷ FEM (Finite Element Method)

⁸ BEM(Boundary Element Method)

⁹ Computer Aided Design (CAD)