

کاربرد ضرب کارتزین در پایداری سازه های منظم متقارن بدون حرکت جانبی

وفا مرسلی

دانشجوی کارشناسی ارشد سازه دانشگاه علوم و فنون مازندران

vafa.morsali@yahoo.com

خلاصه

در این مقاله کاربرد ضرب کارتزین که یکی از ضربهای تعریف شده در تئوری گرافها است، در محاسبات مربوط به بار بحرانی سازه های منظم متقارن بدون حرکت جانبی نشان داده خواهد شد، با استفاده از تعریف ضرب یک سازه را تجزیه و از خواص آن در جهت محاسبه بار بحرانی استفاده می شود، از روشهای ارائه شده این نتیجه حاصل می شود که بکارگیری این روش باعث می شود تا در مورد سازه های منظم دقت محاسبات بالاتر و زمان انجام محاسبات کوتاهتر شود، با حل یک مثال کارایی این روش به خوبی نشان داده می شود.

کلمات کلیدی: گراف حاصلضرب، ضرب کارتزین، مقادیر ویژه، بار بحرانی، سازه های متقارن

مقدمه

تئوری گرافها یکی از شاخه های ریاضیات است که در سال ۱۷۳۶ توسط اوپلر پایه گذاری شد، مباحث مربوط به به گراف یکی از قوی ترین شاخه های ریاضیات است که نظر بسیاری از ریاضی دانان را به خود جلب کرده است، وجود مسائل حل نشده ی فراوان در این زمینه گویای این مطلب است که تا مدتها شاهد پویایی و تحرک در این شاخه از ریاضیات خواهیم بود گرافها در بسیاری از علوم و مهندسی مانند عمران، برق، مکانیک و غیره دارای کاربرد می باشد.

کاربرد گرافها در مباحث مربوط به پایداری و تحلیل دینامیکی سازه های متقارن را می توان در کارهای کاوه و سیاری نژاد [۴]، کاوه و سلیم بهرامی [۶و۵] مشاهده کرد، ضرب گرافها که یکی از مباحث گرافها است در بسیاری از مباحث از جمله مرتب سازی گرهی [۳]، محاسبه مقدار ویژه دوم و بردار فیدلر [۷] کاربرد دارد، در این تحقیق از ضرب کارتزین جهت بدست آوردن مولدهای یک گراف استفاده می شود، همچنین از فرمهای ماتریسی خاص تحت عنوان فرمهای کانونیکال برای تجزیه ماتریسهای اتصال مولدها استفاده کرده و در نهایت پس از تجزیه گراف اصلی از خواص مولدها جهت محاسبه بار بحرانی سازه های منظم بدون حرکت جانبی استفاده می شود، که نتیجه آن کاهش زمان و افزایش دقت محاسبات رایانه ای می باشد.

تعریف

یک گراف S شامل یک مجموعه $N(S)$ از المانها که گره (رأس یا نقطه) و یک مجموعه $M(S)$ از المانها که اعضاء یا لبهها نامیده می شود. هر عضو دارای دو گره است که هر دو گره که عضو را تشکیل می دهند، انتهای آن عضو نامیده می شود. اگر دو گره از یک گراف به وسیله ی عضوی به هم وصل شوند، آن دو گره را همسایه گویند و یک عضو با یک گره منطبق است اگر آن گره یک انتها برای آن عضو باشد. دو عضو در صورتی منطبق هستند اگر آن دو عضو حداقل در یک گره ی انتهایی با هم مشترک باشند.

درجه یک گره n_i که با $\deg(n_i)$ نوشته می شود، برابر است با تعداد اعضایی که به آن گره منطبق است.

یک زیرگراف Si از گراف S ، یک گراف است به طوری که :

$$M(Si), M(S), N(Si), N(S) \text{ و هر عضو از آن، انتهای مشابه با } S \text{ دارند.}$$

یک مسیر در گراف S ، یک دنباله در گراف S است که هیچ گرهی در آن بیش از یک بار استفاده نشود.

$$N(P) = M(P) + 1$$

یک مسیر با n گره را با P_n نمایش می دهند، یک مسیر بسته را سیکل گویند، به طوری که گره ابتدا و انتهای آن یکی باشد که $N(C) = M(C)$ و همچنین یک سیکل با n گره را با C_n نمایش می دهند .

گراف S را در نظر می گیریم اگر گراف S ، n گره داشته باشد، ماتریس همسایگی یک ماتریس $n \times n$ است که اگر n_i یا n_j همسایه باشند، درایه ی سطر i و ستون j آن برابر ۱ است. و در غیر این صورت برابر صفر می شود این ماتریس را با $A(S)$ نمایش می دهیم [۲،۱].