

حل معادلات هلمهلتز و الاستیسیته دو بعدی با استفاده از یک روش محلی بدون شبکه بر اساس توابع پایه نمایی

احسان سلیمانی فر^۱، فرشید مسیبی^۲، بیژن برومند^۳

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد سازه، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان

۲- استادیار دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه اصفهان، اصفهان

۳- استاد دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان

پست الکترونیکی^۱: e.soleimanifar@cv.iut.ac.ir

پست الکترونیکی^۲: mossaiby@eng.ui.ac.ir

پست الکترونیکی^۳: boromand@cc.iut.ac.ir

خلاصه

در این مقاله حل معادلات دیفرانسیل با ضرایب ثابت با استفاده از یک روش محلی بدون شبکه مورد توجه قرار می‌گیرد. این معادلات کاربرد فراوانی در زمینه مسائل مکانیک جامدات دارند. روند حل در روش پیشنهادی با گسسته‌سازی دامنه حل توسط یک سری از نقاط گره‌ای آغاز می‌گردد. سپس در اطراف هر یک از این نقاط یک زیردامنه شامل تعدادی از نقاط مجاور در نظر گرفته می‌شود و پاسخ معادله در هر زیردامنه به صورت یک ترکیب خطی از توابع پایه نمایی نوشته می‌شود. عدم نیاز به المان بندی دامنه حل که این روش را در زمره روش‌های بدون شبکه قرار می‌دهد و نیز عدم نیاز به انتگرال گیری، هزینه محاسبات را بسیار کاهش می‌دهد و موجب بالا رفتن سرعت حل می‌گردد. همچنین نتایج بدست آمده نشان دهنده دقت بسیار خوب روش پیشنهادی در حل مسائل مختلف می‌باشد.

کلمات کلیدی: مکانیک جامدات، معادلات دیفرانسیل، روش بدون شبکه، توابع پایه، توابع نمایی

۱. مقدمه

فرمول‌بندی مسائل در شاخه‌های مختلف علوم به ویژه علوم مهندسی معمولاً به یک و یا دستگاهی از معادلات دیفرانسیل منتهی می‌گردد. این معادلات وضعیت یک سیستم را بر حسب یک یا چند تابع و مشتقات آنها بیان می‌کنند. حل یک مسئله معادله دیفرانسیل علاوه بر ارضاء معادله دیفرانسیل در داخل دامنه حل نیازمند برآورده ساختن شرایط مرزی مخصوص آن مسئله نیز می‌باشد. تنوع شرایط مرزی در مسائل گوناگون و نیز برخی پیچیدگی‌های مربوط به ارضاء معادلات باعث می‌شود ارائه روش‌های تحلیلی و حل‌های دقیق جز در موارد محدود و حالات خاص امکان‌پذیر نباشد. بنابراین ارائه روش‌های عددی به منظور حل معادلات دیفرانسیل بسیار حائز اهمیت است.

از جمله روش‌های عددی برای حل معادلات دیفرانسیل که در سال‌های اخیر توجه محققان بسیاری را به خود جلب نموده است، می‌توان به روش‌های بدون شبکه اشاره نمود. تاریخچه روش‌های بدون شبکه به حدود سه دهه پیش بر می‌گردد. اولین بار لوسی در سال ۱۹۷۷ و سپس گینگلد و موناگان در همان سال روشی به نام هیدرودینامیک ذره هموار را توسعه دادند که به منظور مدل‌سازی پدیده‌های بدون مرز فیزیک نجومی، همچون ابرهای غبار و ستاره‌های در حال انفجار، مورد استفاده قرار می‌گرفت [۱] و [۲]. روش حداقل مربعات متحرک یکی از شیوه‌هایی است که در نحوه تقریب‌سازی روش‌های بدون شبکه جدیدتر مورد استفاده قرار گرفت. این روش برای اولین بار به منظور حل مسئله برازش سطوح مورد استفاده واقع شد [۳]. در سال ۱۹۹۲ نایرولز و همکاران با به کارگیری روش حداقل مربعات متحرک موفق به ارائه روش المان‌های پراکنده شدند [۴]. پس از آن در سال ۱۹۹۴ بلیچکو و همکاران با انجام اصلاحاتی بر روی روش المان‌های پراکنده روش بدون المان گالرکین را ارائه نمودند [۵]. روش بدون شبکه محلی پترو-گالرکین یکی دیگر از روش‌های بدون شبکه می‌باشد که در سال ۱۹۹۸ توسط آتلوری و همکاران ارائه شد [۶]. از دیگر روش‌های مهم بدون