



آنالیز محیط بینهایت دو ماده‌ای با رفتار ایزوتروپ جانبی تحت نیروی استاتیکی

عزیزالله اردشیر بهرستاقی^۱ و مرتضی اسکندری قادی^۲

خلاصه

در این مقاله فضای کامل ایزوتروپ جانبی شامل یک نیم فضای فوقانی و یک نیم فضای تحتانی طوری در نظر گرفته می‌شود که محور ایزوتروپی آنها موازی هم بوده و عمود بر سطوح تماس آنها باشد. این مجموعه تحت اثر نیروی استاتیکی دلخواه که در عمق $Z=S$ در نیم‌فضای تحتانی وارد شده مورد تحلیل قرار می‌گیرد. به منظور این تحلیل، معادلات تعادل استاتیکی به کمک توابع پتانسیل هو-نواکی-لخنیتسکی به صورت مجزا درآمده و با استفاده از سری فوری و تبدیل هنکل مسئله برای توابع پتانسیل حل می‌شود. جواب‌های بدست آمده در نیم فضاهای فوقانی و تحتانی چنان است که همگی آنها در بی‌نهایت به سمت صفر میل می‌کنند. با استفاده از روابط تغییرمکان-توابع پتانسیل نتایج برای تغییرمکان‌ها به صورت انتگرال‌های یک بعدی به دست آمده و به صورت عددی برآورد می‌گردند. نتایج بدست آمده برای فضای کامل تک‌ماده‌ای ایزوتروپ جانبی نیز ارائه می‌گردد.

کلمات کلیدی: فضای کامل ایزوتروپ جانبی، نیروی سطحی، نیروی مدفون، توابع پتانسیل، تغییرمکان.

مقدمه

بسیاری از مصالح در طبیعت و نیز ساخته‌های مصنوعی رفتار ایزوتروپ جانبی دارند. از آنجمله می‌توان به رفتار اعضای مستقیماً برگرفته از تنه درختان، محیط خاکی زیر ساختمان‌ها و صفحات چند لایه نام برد. اهمیت بررسی پاسخ این مصالح از دیر باز مورد توجه بوده بطوری که میشل در سال ۱۹۰۰ میلادی به بررسی یک نیم‌فضای ایزوتروپ جانبی تحت نیروهای سطحی دلخواه پرداخته است [Michel, 1900]. لخنیتسکی در سال ۱۹۴۰ محیط ایزوتروپ جانبی را در حالت متقارن محوری و بدون پیچش در نظر گرفته و معادلات درگیر حاکم بر مسئله را با معرفی یک تابع پتانسیل به صورت مجزا و قابل حل در آورده است [Lekhnitskii, 1981]. نواکی تابع پتانسیل لخنیتسکی را مجدداً بدست آورده و ادعا کرده است که این جواب محدود به مسائل متقارن نیست [Nowaki, 1954]. هو حالت محیط ایزوتروپ جانبی را در حالت کلی مورد توجه قرار داده و تابع پتانسیل لخنیتسکی را برای حالت کلی تکمیل کرده است [Hu, 1953]. این تابع هم اکنون در ادبیات مکانیک محیط با رفتار ایزوتروپ جانبی تحت نام تابع لخنیتسکی-هو-نواکی نامیده می‌شود [Eskandari-Ghadi, 2005]. بررسی محیط با رفتار ایزوتروپ جانبی به وسیله دیگران همچون الیوت [Elliott, 1944]، ایوبنکس و استرنبرگ [Eubanks and Strenberg, 1954]، پن و چو [Pan and Chow – 1979] و ونگ و ونگ [Wang and Wang, 1995] نیز در حالت استاتیکی بررسی شده است. این محیط در حالت دینامیکی توسط اسکندری قادی [Eskandari-Ghadi, 2005]، رحیمیان و همکاران [Rahimian et al, 2007] و دیگران مورد توجه قرار گرفته است.

در این مقاله، یک فضای نامتناهی متشکل از دو نیم فضای ایزوتروپ جانبی با خصوصیات متفاوت در نظر گرفته می‌شود. محور ایزوتروپی این دو نیم‌فضا موازی یکدیگر و عمود بر فصل مشترک دو نیم‌فضا اختیار می‌گردد. نیروی گسترده استاتیکی و دلخواه مؤثر بر سطح کوچک π روی صفحه موازی فصل مشترک دو نیم‌فضا و در عمق S نسبت به فصل مشترک دو نیم‌فضا در نظر گرفته می‌شود. مسئله مشابه با این تفاوت که نیروهای متمرکز جایگزین نیروی گسترده دلخواه شود به وسیله پن و چو [۱۹۷۳] در نظر گرفته شده است. پن و چو بدون ارائه راه حل، جواب‌ها را فرض کرده و از آن جواب تحلیلی برای مسئله ارائه کرده‌اند. این مسئله همچنین به وسیله لیائو و ونگ [Liao and Wang, 1998] با هدف تعیین پاسخ یک محیط نیم‌بی‌نهایت با رفتار ایزوتروپ جانبی تحت اثر نیروی متمرکز بررسی شده است. در مقاله‌شان، لیائو و ونگ ترکیب مختلط تغییر مکان‌های شعاعی و محیطی در دستگاه مختصات استوانه‌ای به همراه تغییرمکان قائم را به عنوان توابع مجهول جدید اختیار کرده و با استفاده از سری فوری و تبدیل هنکل دستگاه معادلات با مشتقات جزیی تعادل را به دستگاه معادلات دیفرانسیل معمولی تبدیل کرده‌اند. همچنین برای بدست آوردن جواب مسئله نیم‌فضا، دو فضای کامل در نظر گرفته و سازگاری ترکیب جواب‌های این دو فضای کامل برای داشتن تنش‌های صفر در سطح آزاد نیم‌فضا برقرار کرده‌اند. در اینجا یک راه حل سیستماتیک برای تعیین تغییرمکان‌ها و تنش‌ها در هر نقطه دلخواه از فضای کامل ارائه می‌گردد. بدین منظور معادلات حاکم بر مسئله با استفاده از توابع پتانسیل لخنیتسکی-هو-نواکی مجزا شده و معادلات حاکم بر توابع پتانسیل به وسیله سری فوری و تبدیل هنکل در فضای هنکل-فوری حل می‌شوند. تغییرمکان‌ها و تنش‌ها به ترتیب با استفاده از روابط تغییرمکان-توابع پتانسیل و تنش-تغییرمکان بدست آمده و به صورت انتگرال‌های یک‌بعدی در فضای واقعی نوشته می‌شوند. این انتگرال‌ها به صورت عددی برآورد شده و به صورت منحنی‌هایی بر حسب مکان به نمایش در می‌آیند. در برآورد عددی اثر میزان نالیزوتروپی‌های متفاوت نشان داده می‌شود.

^۱ دانشجوی کارشناسی ارشد سازه - دانشگاه علوم و فنون مازندران، بابل، ایران

^۲ استادیار - دانشگاه علوم و فنون مازندران، بابل، ایران