



ارائه یک روش عددی در حل معادلات انتقال حرارت و موج با استفاده از توابع B-اسپلاین

سعید شجاعی^۱، مهرنوش رضانی^{۲*}

۱- دانشیار بخش عمران، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه شهید باهنر کرمان

۲- دانشجوی کارشناسی ارشد سازه، دانشگاه شهید باهنر کرمان

mrs_1010@yahoo.com

خلاصه

حل معادلات حاکم بر رفتار یک سیستم یکی از مهمترین مسائل در زمینه های علم و مهندسی است. از آنجایی که تنها موارد معدودی از این معادلات را می توان مستقیماً با روش های تحلیلی حل نمود، روش های عددی زیادی در چند دهه اخیر برای حل چنین معادلاتی پیشنهاد شده است. در این میان یکی از مسائل دارای اهمیت بررسی جریان حرارت و انتقال موج می باشد. حل عددی معادلات انتقال حرارت و موج به روش های زیادی انجام شده است، که در این میان می توان از روش های اجزای محدود و تفاضل محدود نام برد. در این مقاله جهت حل معادلات حاکم از توابع درونیاب درجه دوم و سوم (مکعبی) B-اسپلاین به عنوان توابع پایه در حل عددی معادله دیفرانسیل حرارت و انتقال موج استفاده شده است. روابط به دست آمده ارائه و برنامه ای در محیط متلب جهت حل عددی نوشته شده است. نتایج حاصل شده برای معادلات و توابع در نظر گرفته شده برای گام های زمانی مختلف و با تعداد المانهای متفاوت حل گردیده و ضمن بررسی، با نتایج حاصل از حل تحلیلی دقیق و روش های عددی مرسوم مقایسه شده است. همچنین جداول نتایج بدست آمده، برای مش بندی ها و زمان های مختلف جهت مقایسه ی بهتر با روش اجزای محدود کلاسیک ارائه گردیده است. مقایسه نتایج حاصل با حل تحلیلی دقیق و روش های عددی، حاکی از دقت بالای این روش و عملکرد مناسب آن در مسائل انتقال حرارت و موج می باشد.

کلمات کلیدی: توابع B-اسپلاین، روش عددی، معادله موج، معادله انتقال حرارت

۱. مقدمه

امروزه در بسیاری از زمینه های علوم و مهندسی تحلیل بسیاری از مسائل به حل معادلات دیفرانسیل منجر می گردد و معادلات دیفرانسیل با استفاده از روش های عددی حل می شوند. پاره ای از مسائل به صورت استاتیکی و پاره ای دیگر به صورت دینامیکی (وابسته به زمان) می باشند. معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی که به اختصار PDE خوانده می شوند، به دسته ای از معادلات دیفرانسیل گفته می شود که در آنها توابع مجهول بر حسب چند متغیر مستقل به همراه مشتق پاره ای توابع نسبت به آن متغیرها شرکت داشته باشند. به این دسته از معادلات دیفرانسیل پاره ای، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی گفته می شود. معادلات با مشتقات جزئی در تمامی زمینه های علم و مهندسی راه پیدا کرده است. این معادلات چگونگی ارتباط بین متغیرهای مستقل توابع و مشتقات جزئی آنها را نشان می دهد. معادلات با مشتقات جزئی به سه گروه معادلات بیضوی، معادلات سهموی و معادلات هذلولوی تقسیم می شوند [۱]. در بسیاری از مسائل مهندسی توابع از متغیرهای مستقل وابسته به مکان (X, Y, Z) و یا وابسته به زمان و مکان (X, Y, Z, t) تشکیل شده اند. برخی از روش های عددی معروف حل معادلات دیفرانسیل عبارتند از روش تفاضل محدود، روش اجزای محدود، روش نقاط محدود و روش های جدیدتر مانند روش های بدون مش که این روش ها هر یک به دنبال دیگری آمده و به دنبال ایجاد کارایی، دقت، سرعت بالاتر و ایجاد امکاناتی جدیدتر برای حل مسائل و رفع مشکلات روش های قبلی بوده اند [۲].

از سال ۱۹۶۰ موضوع توابع قطعه ای چند جمله ای به خصوص توابع اسپلاین به سرعت عمومیت پیدا کرد. این توابع چند جمله ای کاربرد های فراوانی در درونیابی، تقریب سازی، تطبیق منحنی، مشتق، انتگرال گیری عددی و حل معادلات با مشتقات جزئی دارند. واژه «اسپلاین» نام یک ابزار انعطاف پذیر (هزار خاری) است، که در زمان های قدیم مهندسين طراح بدنه کشتی، آن را برای رسم اشکال پیچیده و منحنی های هموار، در صنایع کشتی سازی