

تعمیم شرط $\Delta x = \lambda x$ در قضیه تاکاهاشی به ابررویه‌های فضاگون در فضای دسیتر

** فیروز پاشائی ، عضو هیأت علمی گروه ریاضی، دانشگاه مراغه، f.pashaie@maragheh.ac.ir

* مرضیه قلی زاده، دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشگاه زنجان، m.gholizadeh@znu.ac.ir

** پرویز احمدی، عضو هیأت علمی گروه ریاضی، دانشگاه زنجان، p.ahmadi@znu.ac.ir

چکیده: مطالعه زیر منیفلدها و ابررویه‌های مینیمال و نیز ابررویه‌های با انحنا میانگین ثابت در فضای اقلیدسی و کره‌ی اقلیدسی توسط تاکاهاشی [۶] آغاز شد و پس از چند مرحله تعمیم و تحول به صورت مسئله شناسایی ابررویه‌هایی در آمد که میدان برداری موضع آنها در شرط $\Delta x = Ax + b$ صدق می‌کند که در آن A یک ماتریس مربعی ثابت و b یک بردار ثابت و Δ عملگر لاپلاس می‌باشد ([۴]). سپس نتایج این مسئله به ابررویه‌های فروبرده شده در فضا فرم‌های استاندارد ریمانی توسعه داده شد ([۲]). همچنین لوئیس جی. الیاس و دیگران در مرجع [۱] مسئله را به زیر منیفلدهای فضاها‌ی شبه اقلیدسی گسترش دادند. اخیراً در مقاله مشترک الیاس و کاشانی ([۳]) شرط مذکور به صورت $L_k x = Ax + b$ روی ابررویه‌های فضا فرم‌های ریمانی استاندارد (فضای اقلیدسی، کره و فضای هذلولوی) مطرح شده و ابررویه‌های مورد نظر رده بندی شده است که A یک ماتریس خودالحاق و b یک بردار است و L_k عملگر خطی وابسته اولین وردش انحنا میانگین ابررویه است. در واقع L_k یک تعمیم از مرتبه k برای عملگر لاپلاس به شمار می‌رود. در این مقاله مسئله شناسایی ابررویه‌های فضاگون در شبه کره‌ی لورنتزی صادق در شرط $L_k x = Ax + b$ مورد نظر است.

کلمات کلیدی: ابرویه‌ی (لورنتزی، فضاگون)، k -مین انحنا میانگین، k -مینیمال، عملگر خطی شده.

مقدمه

فضای برداری $\mathbb{R}^m$ با ضرب عددی (یا متریک) $\langle x, y \rangle := -\sum_{i=1}^q x_i y_i + \sum_{i>q} x_i y_i$ را فضای (شبه-) اقلیدسی نامیده و با $\mathbb{R}_q^m$ نمایش داده می‌شود که در آن $0 \leq q < m$. فضای مینکوفسکی است. برای عدد حقیقی مثبت r و $q = 0, 1$ ، $S_q^{n+1}(r) = \{y \in \mathbb{R}_q^{n+2} \mid \langle y, y \rangle = r^2\}$ ، دهنده‌ی (شبه-) کره یا فضای دسیتر با شعاع r و انحنا $\frac{1}{r^2}$ و $\mathbb{H}_q^{n+1}(-r) = \{y \in \mathbb{R}_{q+1}^{n+2} \mid \langle y, y \rangle = -r^2\}$ نمایش دهنده‌ی (شبه-) هذلولوی یا فضای آنتی دسیتر با شعاع

r و انحنا $1/r^2$ است. فضا فرم همبند ساده‌ی $M_q^{n+1}(c)$ با انحنا c و اندیس q برای $c = 0$ ، $\mathbb{R}_q^{n+1}$ ، برای $c = 1$ ، S_q^{n+1} است (با متریک القایی از $\mathbb{R}_{q+1}^{n+2}$). وقتی $q = 0$ ، مولفه‌ای از $\mathbb{H}^{n+1}$ را در نظر می‌گیریم. بر ابررویه فضاگون $x : M_p^n \rightarrow \tilde{M}_q^{n+1}(c)$ که $(0 \leq p \leq q \leq 1)$ در فضا فرم ریمانی یا لورنتزی $\tilde{M}_q^{n+1}$ با $(q = 0, 1)$ ، هر میدان برداری یک مماس را که در هر نقطه از M یک بردار ویژه‌ی عملگر شکل S وابسته به یک میدان برداری یک‌ی قائم N باشد، یک جهت اصلی و مقدار ویژه متناظر را یک انحنا اصلی M نامند. هر گاه S بر M (یا زیر مجموعه بازی از آن) قطری شدنی و