

بررسی دقت روش باقیمانده های وزن دار در حل معادله انتقال حرارت

علیرضا رضایی آهوانویی^۱، محمودرضا دارایی^۲

^۱ سمنان- خیابان سعدی شهرداری سمنان، کارشناس ارشد تاسیسات شهرداری سمنان

Alireza_r.1986@yahoo.com

^۲ سمنان- خیابان سعدی شهرداری سمنان، معاون عمرانی شهرداری سمنان

Mahmoo_Darai@yahoo.com

چکیده

در برخی از کاربردهای مهندسی گاهی اوقات به مسائلی برمی خوریم که نمی توان برای آنها حل تحلیلی پیدا کرده یا رسیدن به حل تحلیلی بسیار زمان بر و دشوار است. در این مواقع به سراغ راحل های عددی می رویم. بسته به اینکه مسئله مورد نظر در چه زمینه ای قرار داشته و دقت موردنظر ما چقدر است، می توان از روش های متعددی استفاده کرد مثل روشهای باقیمانده های وزندار، روش حجم محدود، روش المان محدود و غیره. روش های عددی نامبرده برای طیف گسترده ای از مسائل مکانیک سیالات و انتقال حرارت مورد استفاده قرار می گیرند. با توجه به اینکه بسیاری از مسائل در مکانیک سیالات و انتقال حرارت منجر به حل معادلات غیر خطی می شوند، استفاده از روش های عددی بسیار مفید بوده و می تواند باعث صرفه جویی در وقت و هزینه شود.

در این پروژه هدف، حل معادله انتقال حرارت یک بعدی و غیر دائم، با استفاده از روشهای باقیمانده وزندار می باشد. روشهای باقیمانده وزندار شامل چند روش می باشند که در این پروژه از روش های گالرکین، تمرکز نقاط و زیردامنه، برای حل مسئله استفاده می کنیم. در پایان جواب ها را با حل دقیق مسئله مقایسه کرده و دقت هر روش را تعیین می کنیم. نرم افزار مورد استفاده برای تحلیل متلب^۱ می باشد.

واژه های کلیدی

حل عددی-باقیمانده های وزندار-گالرکین-زیردامنه-تمرکز نقاط

مقدمه

امروزه حل مسائل خطی دشوار نیست. هرچند، حل مسائل غیر خطی به صورت حل عددی یا حل تحلیلی دشوار است. روشهای متعددی برای معادلات دیفرانسیل وجود دارند. یکی از این روشها که برای حل مسائل مرزی معادلات دیفرانسیل خطای کمتری تولید می کند، توسط (چن، ۱۹۹۷) نشان داده شده است. [1] هر چند، روش تخمینی معادلات دیفرانسیل مسائل مقدار اولیه با استفاده از روشهای برنامه نویسی جدید و روش تمرکز نقاط و پیشرفت روشهای بهینه سازی توسط (زینک، ۱۹۹۷) نشان داده شده است. [2] رابطه اصلی برای همگرایی مرزهای بالایی و پایینی در مرزی پیوسته خاص توسط (اپل و هانگ، ۱۹۶۴) نشان داده شده است. [3] روش باقیمانده های

وزنی براساس معادله دیفرانسیل حاکم یک دستورالعمل برای بدست آوردن حل تقریبی مسائل فیزیکی مهندسی می باشد. اخیرا روشهای باقیمانده وزنی، که روشهای رویکردی دوگانه محسوب می شوند، برای گسترش حل تقریبی معادلات دیفرانسیل خطی با استفاده از برنامه های ریاضی غیر خطی به کار می روند. روشهای رویکرد دوطرفه برنامه های کامپیوتری و روش باقیمانده های وزنی را برای حل معادلات دیفرانسیل به کار می برند. این روش، حلی شبه دقیق است که بر پایه روشهای گالرکین، زیردامنه، تمرکز نقاط و برنامه های ریاضی برای ساخت نامعادله دو طرفه می باشند. بدین منظور مسائل معادلات دیفرانسیل به مسائل برنامه نویسی ریاضی تبدیل خواهند شد. توسط روشهای بهینه سازی می توان حداقل و حد اکثر جواب برای ارضای نامعادله را بدست آوریم. مزایای این روش استفاده کمتر از حافظه های کامپیوتری مورد نیاز در مقایسه با روش المان محدود می باشد. همچنین بازدهی، دقت، سادگی و از لحاظ اقتصادی مقرون بصره می باشد. مساله معادله دیفرانسیل غیر خطی به عنوان یک مثال در نظر گرفته شده است.

شرح روش

۱. روشهای باقیمانده وزندار^۲

در روشهای باقیمانده وزندار، ابتدا حلی برای مسئله پیشنهاد می شود، از آنجائی که حل پیشنهادی باید در معادله دیفرانسیل مورد نظر صدق کند، آن را در معادله دیفرانسیل قرار داده و یک عبارت مساوی با صفر پیدا کرده و آن را باقیمانده R ، می نامیم. سپس برای حل مسئله باقیمانده R را در رابطه زیر قرار می دهیم:

$$\int_0^L RW(x)dx = 0 \quad (1)$$

که در آن $w(x)$ تابع وزن بوده و کران انتگرال در محدوده X مسئله می باشد. لازم به توضیح است که در رابطه (1)، تابع وزن $w(x)$ همواره تابعی از X می باشد.

بسته به اینکه تابع وزن $w(x)$ چه مقداری دارد، روش های مختلف زیر به وجود می آیند.

1-1. روش زیر دامنه زیر دامنه^۳

² Weighted Residual Method

³ Sub Domain

¹ Matlab