

مدل سازی رتبه کاسته انتقال حرارت هدایتی گذرا با استفاده از روش تقابل دوگانه

الهام خریدار^۱، مرتضی بهبهانی نژاد^۲

^۱ دانشجوی ارشد گروه مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه شهید چمران اهواز، el_mj77@yahoo.com

^۲ دانشیار گروه مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه شهید چمران اهواز، bnmorteza@scu.ac.ir

چکیده

در مقاله حاضر مدل سازی رتبه کاسته مسائل انتقال حرارت هدایتی گذرا توسط مودهای ویژه سیستم صورت پذیرفته است. به منظور تحلیل عددی مساله از روش المان مرزی تقابل دوگانه استفاده شده است و بردارهای ویژه سیستم، به عنوان پایه های فضای رتبه کاسته در نظر گرفته شده اند. در تحلیل عددی مشاهده شد که تعداد مقادیر ویژه صفر با تعداد گره هایی که شرط مرزی آن ها از نوع دیریکله است، یکسان می باشد. به منظور حذف تصحیح استاتیکی، معادلات حاکم تنها بر اساس مقادیر ویژه غیر صفر بیان شدند. در نهایت با انتخاب تعدادی از مودهای غالب، یک فضای مودال با ابعاد به مراتب کمتر از ابعاد مساله اصلی تشکیل می شود. به منظور بررسی این روش، سه مثال با شرایط مرزی مختلف در مسائل دوبعدی و سه بعدی ارائه شده اند. نتایج نشان می دهند که هر چقدر سیستم معادلات حاصله بزرگتر باشد و نیز تعداد شرایط مرزی دیریکله بیشتر باشد مدل سازی رتبه کاسته موثرتر خواهد بود به طوری که در برخی موارد، این روش می تواند حدود ۸۰ درصد در زمان محاسبات صرفه جویی کند.

واژه های کلیدی

مدل سازی رتبه کاسته، انتقال حرارت هدایتی گذرا، روش المان مرزی تقابل دوگانه

مقدمه

روش المان مرزی به عنوان یک روش قوی عددی در حل مسائل انتقال حرارت هدایتی گذرا شناخته شده است. تاکنون فرمول بندی های متفاوتی جهت حل این نوع معادلات ارائه شده اند. یکی از این روش ها روش المان مرزی تقابل دوگانه است. در این روش تمامی انتگرال های دامنه ای به انتگرال بر روی مرز تبدیل می شوند، در نتیجه نیازی به گسسته سازی دامنه نمی باشد. از دیگر مزیت های این روش آن است که حل اساسی در مسائل مختلف یکسان است.

یکی از مهم ترین معایب روش المان مرزی ایجاد ماتریس های پر و نامتقارن در برنامه است که این موضوع با افزایش تعداد المان ها موجب طولانی تر شدن زمان حل برنامه می شود. بنابراین استفاده از روشی که با داشتن دقت مناسب بتواند درجه آزادی سیستم را کاهش دهد، ضروری به نظر می رسد. مدل سازی رتبه کاسته با استفاده

از مودهای ویژه روشی است که در آن ضمن کاهش درجات آزادی سیستم، سرعت محاسبات در هر گام زمانی بالا رفته و در نتیجه زمان تحلیل مساله کاهش می یابد.

در سال ۱۹۹۴ هال^۱، مودهای ویژه جریان های پتانسیل گذرا حول ایرفویل ها، ردیف پره ها و بال ها را تحلیل نمود. وی مدل های رتبه کاسته بر اساس روش شبکه گردابه ای تراکم ناپذیر و غیردائم را ایجاد کرد و به این نتیجه رسید که جهت به دست آوردن نتایج رضایت بخش، روش تصحیح استاتیکی باید اعمال شود. فلوریا^۲ و هال^۳، مدل رتبه کاسته ای را برای جریان آیرودینامیکی مادون صوتی غیردائم حول ایرفویل ها با استفاده از روش اختلاف محدود متغیر ایجاد کردند. آن ها فرکانس های ویژه و شکل های مودی حرکت سیال غیردائم را با استفاده از الگوریتم نامتقارن لسنوز محاسبه کردند و نشان دادند که تنها با تعداد کمی از مودهای ویژه می توان جریان غیردائم را مدل سازی کرد. اصفهانیان و بهبهانی نژاد^۳، مدل رتبه کاسته ای را برای جریان های غیردائم و مادون صوتی حول اشکال پیچیده با استفاده از روش المان مرزی ایجاد نمودند. آن ها نشان دادند که مقادیر ویژه صفر مدل غیردائم برابر است با تعداد المان هایی که روی جسم قرار دارند. مودهای ویژه مربوطه دقیقاً در یک حالت شبه استاتیک رفتار می کنند و مدل رتبه کاسته بدون تصحیح استاتیکی، حتی با تعداد زیادی از مودهای ویژه، نمی تواند نتایج مطلوبی را ارائه دهد. از طرف دیگر، مدل رتبه کاسته بر مبنای یک جسم و مودهای ویژه دنباله خود (مدل رتبه کاسته سنتی) زمانی که تصحیح استاتیکی اعمال شده است، نتایج رضایت بخشی را ارائه می دهد. زمانی که چنین تصحیحی اعمال شد، قسمت شبه استاتیک حل باید در هر گام زمانی محاسبه شود، که این عمل کارایی مدل رتبه کاسته را تغییر می دهد. با ایجاد یک مدل رتبه کاسته تنها بر مبنای مودهای ویژه دنباله، مودهای ویژه شبه استاتیک جسم، حذف می گردند، و می توان بدون اعمال تصحیح استاتیکی به نتایج رضایت بخشی رسید. بهبهانی نژاد و همکاران^۴، از این مفهوم جهت تحلیل جریان غیردائم با استفاده از روش شبکه گردابی استفاده کرده اند.

در مسائل انتقال حرارت هدایتی گذرا به روش المان مرزی تقابل دوگانه، به تعداد گره های با شرط مرزی دیریکله، مودهای ویژه صفر ظاهر می شود. در کار حاضر، جهت حذف تصحیح استاتیکی،