

الگوریتم مکعبی و بهبود آن برای به دست آوردن نقاط تعادل و نقاط کارا

علی زین الدینی منصور آبادی^۱، فاطمه حیدری

^۱ گروه ریاضی و کامپیوتر، دانشگاه علامه جعفری رفسنجان، رفسنجان، ایران ، ali.zeynaddini@gmail.com

چکیده

الگوریتم مکعبی برای تمامی مسائل بهینه سازی کاربرد دارد. هم مسائل برنامه ریزی خطی و هم مسائل غیر خطی را می توان با الگوریتم مکعبی حل نمود. در این فصل ابتدا الگوریتم اصلی که برای مسائل تک هدفی طراحی شده است آورده می شود. پس از بحث در این مورد، الگوریتم اصلاح شده پیشنهادی برای مسائل برنامه ریزی چند هدفی آورده می شود. با الگوریتم اصلاح شده برای مسائل برنامه ریزی چند هدفی، چگونگی محاسبه مجموعه کارا و یا مجموعه تعادل را مورد بحث قرار می دهیم.

واژه های کلیدی: الگوریتم مکعبی، ثابت لیپ شیتز، قاعده حذف، نقاط کارا، نقاط تعادل

۱- مقدمه

امروزه اهمیت برنامه ریزی بر کسی پوشیده نیست. در جای جای جامعه و در بین تمامی اقشار از مردم برنامه ریزی به عنوان امری روزمره در آمده است. اولین مسائلی که در بهینه سازی مورد بررسی قرار گرفتند، به دلیل سادگی، مسائل خطی با یک تابع هدف بودند. در این مقاله روی مسائل برنامه ریزی چند هدفی بحث می شود که توابع هدف در آن هم می توانند خطی و هم غیر خطی باشند. در این مسائل هدف هایی وجود دارند که لزوما در یک جهت نیستند و در دنیای واقعی عموماً در خلاف جهت هم و متضاد با هم هستند. برای استفاده از الگوریتم مکعبی نیاز به مقدماتی است که آنها را در ادامه می آوریم. مساله زیر را در نظر بگیرید:

$$\inf S(x), \quad x \in X \subseteq R^n, \mu(X) > 0. \quad (1-1)$$

که در آن $\mu(X)$ اندازه مجموعه X و $S: X \rightarrow R$ یک تابع پیوسته روی مجموعه X است.

تعریف ۱-۱: روش افراز $X \subseteq R^n$ به تعدادی از زیر مجموعه های مجزای $X_i \subset X$ بطوریکه $\bigcup \bar{X}_i = \bar{X}$ را روش افراز بندی مولد گویند. بعلاوه اگر برای همه i ها $\mu(X_i)$ عددی ثابت باشد در اینصورت روش افراز بندی مولد را با اندازه یکسان گویند.

تعریف ۱-۲: یک روش افراز بندی مولد برای مجموعه $X \subseteq R^n$ را در نظر بگیرید. قاعده چگونه انتخاب کردن نقطه $x_i \in X_i$ را قاعده انتخاب نقطه مولد گویند و به نقاط انتخاب شده x_i ، نقطه مولد گفته می شود.

تعریف ۱-۳: مساله برنامه ریزی (۱-۱) و یک روش افراز بندی مولد برای مجموعه $X \subseteq R^n$ را در نظر بگیرید. قاعده چگونه حذف کردن زیر مجموعه ای مانند X_i که مطمئناً شامل X^* نیست را قاعده حذف نامند.