

پایداری عملی در p امین میانگین معادلات دیفرانسیل تصادفی ایتو

محمود دادخواه* dadkhah@phd.pnu.ac.ir لیلی رؤسی† radin20121390@gmail.com

* گروه ریاضی، دانشگاه پیام نور
† دانشکده مهندسی کامپیوتر - دانشگاه ارومیه

چکیده

در این مقاله مسئله پایداری عملی (*Practical Stability*) p امین میانگین برای یک خانواده کلی از معادلات دیفرانسیل تصادفی ایتو در بازه‌ی زمانی متناهی و نامتناهی بررسی شده است. بجای استفاده از اصل مقایسه (*Copmarison Principle*)، یک تابع $\psi(t)$ که غیرمنفی، غیرنزولی و مشتق پذیر است، با تابع شبه لیپانوف ($V - Functions$) تلفیق شده تا پایداری عملی بررسی گردد. با استفاده از این تکنیک، مشکل یافتن یک سیستم پایدار جبری کمکی مرتفع شده است. برخی شرایط کافی برای تضمین پایداری عملی p امین گشتاور معادلات مورد نظر ارائه شده است. مقایسه‌ای بین پایداری عملی و پایداری لیپانوف صورت گرفته است و تفاوت‌های آن دو هم بیان شده است. با یک مثال، نتایج ارائه شده در این مقاله مورد بررسی قرار گرفته است.

واژه‌های کلیدی: معادلات دیفرانسیل تصادفی، فرمول ایتو، پایداری لیپانوف، پایداری عملی، توابع لیپانوف

۱ مقدمه

مدلهای معادلات دیفرانسیل تصادفی نقشی بسیار مهم و برجسته در حوزه‌های مختلف علوم از جمله زیست شناسی، شیمی، مکانیک، اقتصاد، پزشکی، الکترونیک، ریاضی، کامپیوتر، نجوم و... ایفا می کنند. موضوع پایداری یکی از مفاهیم بسیار مهم در برخورد با سیستم معادلات دیفرانسیل است که پایداری لیپانوف یکی از مهمترین انواع پایداری بوده و در حوزه‌های مختلفی از علوم بطور گسترده‌ای استفاده گردیده است. بهر حال می دانیم که پایداری لیپانوف معمولاً برای مطالعه‌ی خاصیت حالت پایا حول یک زمان نامحدود به کار می رود و نمی تواند با رفتار گذرای مسیر کنار بیاید. بنابراین حتی یک سیستم پایدار به مفهوم لیپانوف در عمل ممکن است کاربردی نداشته باشد زیرا مسیر دارای رفتار گذرای نامطلوب، مثلاً تجاوز از یک کران تحمیلی بر مسیر، می باشد. بعلاوه برای یک سیستم پایدار لیپانوف، دامنه‌ی جاذب مطلوب ممکن است آنقدر کوچک باشد که نتوان آشفتگی اولیه را کنترل کرد. از طرف دیگر برای یک سیستم ناپایدار به مفهوم لیپانوف، اغلب اتفاق می افتد که مسیر آن در نزدیکی حالت مطلوب نوسان می کند که در مهندسی عملی، کاملاً قابل قبول است. از این رو بیشتر علاقمند به رفتار گذرا حول زمان محدود یا نامحدود هستیم تا خاصیت حالت پایا حول یک زمان نامحدود که این منجر به تعریف مفهوم جدیدی از پایداری که همان پایداری عملی است، برای اولین بار در [۲] شد و در آن بیان شده پایداری لیپانوف و عملی همدیگر را ایجاب نمی کنند. بعد از آن در [۳ و ۴] تئوری پایداری عملی توسعه داده شد. تاکنون مسئله‌ی پایداری عملی برای معادلات دیفرانسیل جبری بخوبی بررسی شده و نتایج مطلوبی حاصل شده است.