

رهیافت تبدیل دیفرانسیل در تعیین جواب تقریباً بهینه مسائل کنترل تصادفی با مطالعه

موردی در مسائل اقتصادی

علیرضا فخارزاده جهرمی^۱، محمد سلیمانی ورکی^{۲*} (m.soleimanivareki@sutech.ac.ir)، اسماعیل حسام الدینی^۱

^۱ گروه ریاضی دانشگاه صنعتی شیراز، شیراز

^۲ گروه ریاضی دانشگاه صنعتی شیراز و دانشگاه آزاد اسلامی علوم تحقیقات واحد آیت ا. آملی، آمل

چکیده

در روش کلاسیک حل مسائل کنترل بهینه تصادفی، با تعریف تابع ارزش و استفاده برنامه ریزی پویا، براساس معادله هامیلتون- ژاکوبی- بلمن (HJB)^۱ به تعیین جواب می پردازند. اما در حالت کلی به دلیل وجود متغیرهای احتمالی و فرآیند وینر، تعیین فرم بسته مسیر بهینه امکان پذیر نیست. در این مقاله سعی شده است که با استفاده از نتایج حاصل از کاربرد معادله HJB برای سیستم کنترل تصادفی و بر مبنای روش تبدیل دیفرانسیل، راهکاری جهت تعیین مسیر بهینه ارائه گردد. بدین منظور با در نظر گرفتن توابع مطلوبیت از دسته توابع HARA^۲ برای برخی از مسائل کنترل بهینه تصادفی مطرح در علم اقتصاد، در دو حالت افق متناهی و نامتناهی اقدام به تعیین ضابطه کنترل بهینه شده است. آنگاه با استفاده از تبدیل دیفرانسیل مسیر به صورت تقریبی و نزدیک به بهینه شناسایی می گردد. مثالهای عددی حل شده کارایی روش ارائه شده را نشان می دهد.

واژه‌های کلیدی: کنترل بهینه تصادفی، تبدیل دیفرانسیلی، فرایند وینر، پرتفوی بهینه، معادله هامیلتون- ژاکوبی- بلمن (HJB).

۱- مقدمه

در اغلب فرآیندهای اقتصادی، زمان نقشی مهم و غیر قابل انکار دارد. در یک فاصله زمانی مقدار درآمد و هزینه های آینده، تحت تأثیر عواملی قرار می گیرند که خارج از کنترل سرمایه گذار بوده و به طور دقیق قابل پیش بینی نیستند. از این رو است که مفاهیمی چون ریسک در برنامه ریزی و مدل سازی های اقتصادی لحاظ می شوند. معمولاً با توجه به لزوم هدایت فرآیندهای اقتصادی، وجود این متغیرهای احتمالی منجر به تعریف مسأله کنترل بهینه تصادفی می شود. در یک مسأله کنترل بهینه هدف، تعیین نحوه ی هدایت و مسیر زمانی بصورتی بهینه برای دو گروه از متغیرهای کنترل و وضعیت است که از طریق حل دستگاهی از معادلات دیفرانسیل که در علم اقتصاد معادلات حرکت نام دارد صورت می گیرد، به طوری که تابع هدف بین فاصله زمان اولیه تا زمان پایانی (که ممکن است نامتناهی باشد) بهینه گردد. نمونه ای کاربردی از این رده مسائل، مطالعه چگونگی سرمایه گذاری های مالی یا اوراق بهادار است که به مسأله انتخاب پرتفوی مشهور می باشد [۱]. هدف این مسأله انتخاب بهترین ترکیب از دارایی های مالی است به نحوی که بازده پرتفوی سرمایه گذار بیشینه و ریسک پرتفوی کمینه گردد.

^۱ Hamilton - Jacobi - Bellman

^۲ Hyperbolic Absolute Risk - Aversion utility functions include isoelastic, exponential and quadratic utility functions.