

نگاشت همدیس و کاربرد آن در ترسیم خطوط میدان جریان سیال حول اجسام غوطه‌ور در مسیر جریان

غلامحسین اکبری^۱، سالار خانی^۲، مجتبی گودرزی^۳، محمد مهدی هوشمند^۴

۱- استادیار مهندسی عمران دانشکده مهندسی، دانشگاه سیستان و بلوچستان

۲، ۳، ۴- دانشجوی کارشناسی ارشد سازه‌های هیدرولیکی، دانشگاه سیستان و بلوچستان

mojtabagoodarzy@gmail.com

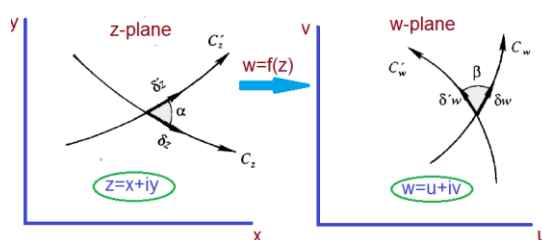
خلاصه

یکی از مهم‌ترین روش‌های آنالیز مختلط، نگاشت همدیس می‌باشد که کاربردهای زیادی در شرایط فیزیکی متفاوت مانند پتانسیل الکتریکی، هدایت گرمایی و جریان سیال دارد. نظریه متغیرهای مختلط و توابع مختلط را با تعریف تابعی به نام پتانسیل مختلط، در تحلیل جریان پتانسیل دو بعدی می‌توان استفاده نمود. در این مقاله سعی شده است معادلات خطوط جریان و خطوط پتانسیل در مختصات مختلط ارائه شود و با تعریف چند نگاشت همدیس مهم مانند شوارتز-کریستوفل (Schwarz-Cristoffel) و ژوکوفسکی (Joukowski) به کمک نرم‌افزار Mathematica خطوط جریان حول استوانه دوار، آیرفویل، مجاری، کنج‌ها با زوایای مختلف و جریان روی سربز ترسیم گردد.

کلمات کلیدی: نگاشت همدیس، متغیر مختلط، جریان ایده‌آل، آیرفویل، Mathematica

۱. مقدمه

نگاشت همدیس تابعی است که ناحیه‌ای از صفحه مختلط مانند Z را به ناحیه‌ای از صفحه مختلط دیگر مانند W تبدیل می‌کند به گونه‌ای که زوایای ناحیه W هم جهت و هم اندازه با زوایای متناظر با آن در ناحیه Z باشد (شکل ۱) [۱]. این نگاشت در تحلیل جریان سیالات، پتانسیل الکتریکی و انتقال گرما کاربرد دارد.



شکل ۱- نگاشت همدیس، در این تبدیل زوایای α و β هم جهت و هم اندازه‌اند.

می‌دانیم که خطوط جریان و پتانسیل در میدان جریان سیال برهم عمودند. همچنین در توابع مختلط (متغیر مختلط) اگر شرایط کوشی رایمن برای تابع صدق کند این توابع می‌توانند معادلات لاپلاس را ارضا کنند. با در نظر گرفتن فرضیات زیر می‌توان معادلات جریان را در دستگاه اعداد مختلط ($z = x + iy$ و $i^2 = -1$) مورد بررسی قرار داد.

- معادلات جریان دو بعدی
- جریان تراکم ناپذیر
- سیال بدون لزجت (ایده‌آل)
- جریان غیر چرخشی