

روش‌های تفاضل متناهی غیراستاندارد حافظ خاصیت مثبت بودن برای معادلات واکنش-انتقال

محمد مهدی زاده

دانشکده علوم پایه، دانشگاه مراغه، مراغه، ایران
Muhammad.mehdizade@gmail.com

شهین حیدری

دانشکده علوم پایه، دانشگاه مراغه، مراغه، ایران
sh1990.heydari@gmail.com

چکیده

در این مقاله دو روش تفاضل متناهی غیراستاندارد برای حل عددی معادله واکنش-انتقال^۱، که در مدل سازی مسأله حمله سلول‌های سرطانی به بافت‌های پیوندی ظاهر می‌شوند، ارائه می‌دهیم. روش‌های پیشنهادی حافظ خاصیت مثبت بودن هستند. نتایج عددی که مؤید کارایی روش می‌باشند نیز ارائه می‌شوند.

واژگان کلیدی: تفاضل متناهی غیراستاندارد؛ خاصیت مثبت بودن؛ معادله واکنش-انتقال.

Mathematics Subject Classification 2010: 65L05; 65L06; 65L12.

^۱Reaction-advection equation

۱. پیش‌گفتار

روش‌های عددی فراوانی براساس تفاضل متناهی استاندارد وجود دارند که برای حل معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی به کار می‌روند. برای اطلاعات بیشتر در مورد این روش‌ها می‌توان به کتاب‌های معروف [۴، ۱] مراجعه کرد. گاهی اینگونه روش‌ها خواص کیفی معادله دیفرانسیل همانند: قانون بقا، خاصیت مثبت بودن و یکنواختی را حفظ نمی‌کنند. می‌کنز^۱ برای اولین بار در [۳] روش‌های تفاضل متناهی غیراستاندارد را برای حل معادلات دیفرانسیل معرفی کرد. اینگونه روش‌ها علاوه بر پایداری خطی خواص کیفی مسئله اصلی را که از لحاظ کاربردی اهمیت ویژه دارند، حفظ می‌کنند. روش می‌کنز برای حل معادلات دیفرانسیل براساس دو قاعده زیر ساخته می‌شود:

قاعده اول:

به جای طول گام رایج مکانی h ، از $\phi(h)$ با شرط

$$\phi(h) = h + o(h^2), \quad h \rightarrow 0,$$

استفاده می‌شود.

قاعده دوم:

جملات غیرخطی موجود در معادله دیفرانسیل به صورت غیرموضعی تقریب زده می‌شوند. به عنوان مثال:

$$u'' \approx au_k'' + bu_k u_{k+1}, \quad a+b=1, \quad a, b \in R,$$

$$u'' \approx au_k'' + (1-a)u_k'' u_{k+1}, \quad a \in R. \quad (1)$$

در این مقاله با استفاده از قوانین فوق، روش‌های تفاضل متناهی غیر استاندارد را برای مدل سرطانی [۲]

$$\frac{\partial u}{\partial t} = u(1-u) - \frac{\partial}{\partial x} \left(u \frac{\partial c}{\partial x} \right), \quad (2)$$

$$\frac{\partial c}{\partial t} = -pc, \quad (3)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \varepsilon^{-1}(uc - p), \quad (4)$$

که در آن $u = u(x, t)$ ، $c = c(x, t)$ و $p = p(x, t)$ به ترتیب معرف غلظت سلول‌های مهاجم، بافت پیوندی و پروتئاز هستند، ارائه می‌دهیم.

^۱Mickens