

برآورد پارامترهای تابع چگالی آماره‌های رکوردی توأم از دو توزیع نمایی

مهری نوری اصل

گروه آمار، دانشگاه تبریز

mehri.noori92@gmail.com

حسین بیورانی

گروه آمار، دانشگاه تبریز

bevrani@tabrizu.ac.ir

رضا عربی بلاغی

گروه آمار، دانشگاه تبریز

rezaarabi11@gmail.com

چکیده

در برخی موقعیت‌ها، شکست رکورد در بیش از یک جامعه مهمتر از شکست رکورد تنها از یک جامعه است. به عنوان مثال، در رویدادهای ورزشی یا در تحلیل‌های هواشناسی، سوالاتی از قبیل این که سرانجام رکورد جدید در کدام جامعه شکسته خواهد شد؟ برای چه مدت این رکورد باقی خواهد ماند؟ رکورد جدید هنگامی که رخ دهد، چه خواهد بود؟ همگی سوالاتی هستند که ذهن هر انسانی را به سمت خود مشغول می‌کنند. لذا در چنین مواردی، مطالعه رکوردهای توأم برای محققین حائز اهمیت خواهد بود.

در این مقاله، ضمن معرفی آماره‌های رکوردی توأم، مسئله برآورد پارامتری در آنها مطرح می‌شود. در اینجا فرض بر این است که پدیده‌های مشاهده شده از نوع متغیرهای تصادفی پیوسته‌اند. برآوردگرهای مورد نظر، شامل برآوردگرهای حداکثر درست‌نمایی شرطی و برآوردگرهای بیزی می‌باشند که بر اساس رکوردهای توأم پایین و زمان رخداد آنها در مورد پارامترهای دو توزیع نمایی (منفی) مورد بررسی قرار می‌گیرند. در پایان کلیه روش‌های به کار گرفته شده با یک مجموعه از داده‌های واقعی شرح داده می‌شوند.

واژگان کلیدی: آماره‌های رکوردی توأم؛ برآوردگر بیزی؛ برآوردگر حداکثر درست‌نمایی شرطی؛ توزیع نمایی.

Mathematics Subject Classification 2010: 62F10; 62G30; 62C12.

۱. پیش‌گفتار

زمانی که با مشاهدات متوالی سر و کار داریم، مشاهداتی که از مقادیر قبلی خود بیشتر یا کمتر باشند، مورد توجه قرار می‌گیرند. در بسیاری از موارد مشاهدات فقط در صورتی ثبت می‌شوند که یک رکورد باشند، مانند داده‌های مسابقات ورزشی، هواشناسی، ژئوفیزیک، زلزله‌نگاری، سیلاب‌ها و بنابراین، این موضوع حائز اهمیت است که بتوان با استفاده از رکوردها، تحلیل و استنباط آماری درباره جامعه آماری انجام داد. تحقیق براساس رکوردها تاکنون مورد توجه محققین بسیاری واقع شده است. شاید بتوان گفت اولین بار چندلر [۴] به طور برجسته‌ای مطالعه مقادیر رکوردها را شروع کرد. او برای اولین بار تابع چگالی توأم رکوردها را به دست آورد و جداولی را برای صدک‌های توزیع نرمال و مثلثی ارائه کرد. بعد از آن تحقیقات متعدد دیگری در زمینه رکوردها صورت گرفت که از آن جمله می‌توان به گلیک [۵]، ناگاراچا [۶]، آرنولد و همکاران [۳]، احمدی و بالاکریشنان [۱] اشاره نمود. با دقت در منابع و تحقیقات انجام شده تاکنون مشخص می‌شود که مولفین تمام موارد فوق، رکوردها را از یک جامعه مورد مطالعه قرار داده‌اند و هیچ یک از آنها مسئله رکوردهای توأم را علی‌رغم فواید تئوری و عملی آنها در نظر نگرفته‌اند. همچنین، به دلیل کمیاب بودن رکوردها، تولید نمونه بیشتر هم هزینه‌بر و هم زمان‌بر است. بنابراین در نظر گرفتن رکوردها از دو یا چند جامعه و مقایسه آنها بر اساس تعداد و مقادیرشان هم از لحاظ تئوری و هم از لحاظ اقتصادی و عملی ارزشمند خواهد بود. اخیراً جدیدترین کارها در زمینه رکوردهای توأم توسط عربی بلاغی و همکاران [۲] انجام شده است که هدف آنها بسط فواصل اطمینان آزاد توزیع برای چندک‌ها بر اساس آماره‌های رکوردی توأم است. در این مقاله، مسئله برآورد پارامتری برای دو توزیع نمایی (منفی) و بر مبنای آماره‌های رکوردی توأم بررسی می‌شود. برای این منظور، در بخش دوم ابتدا طرح رکوردهای توأم از دو دنباله مستقل، تنها با فرض پیوسته بودن توزیع جامعه آماری آنها معرفی شده و سپس روش به دست آوردن توزیع احتمال متناظر با این نوع داده‌ها بیان می‌شود. در بخش سوم برآوردگرهای پارامتری شامل برآوردگرهای حداکثر درست‌نمایی شرطی و برآوردگرهای بیزی ارائه می‌گردند. در بخش چهارم روش‌های به کار گرفته شده با یک مثال کاربردی شرح داده می‌شوند.