



## حل سیستم دینامیکی لورنز با استفاده از روش تقریبی گراند-والد

محمد حسین درخشان  
دانشگاه شهرکرد

مهدي قاسمي  
دانشگاه شهرکرد

رضا خوش سیر  
دانشگاه شهرکرد

فرشاد همتي\*  
دانشگاه شهرکرد

### چکیده

در این مقاله، یک سیستم دینامیکی شامل مشتق کسری ریمان لیوویل را معرفی و جوابهای تقریبی این سیستم را با استفاده از روش عددی گراند-والد تقریب می زنیم. پایداری این سیستم را نیز مورد بررسی قرار می دهیم و در پایان، کارایی روش ارائه شده را به کمک حل عددی بررسی می کنیم.

واژه‌های کلیدی: مشتق کسری ریمان لیوویل، پایداری، سیستم دینامیکی لورنز

Mathematics Subject Classification [2010]: 65K10, 26A33, 49K15

### ۱ مقدمه

سیستم های دینامیکی کاربرد فراوانی در رشته های مهندسی و علوم پایه دارد که یکی از کاربردهای این مسئله را در زمینه هوافضا و مکانیک می توان بیان کرد ([۱]، [۲]). در این بخش برخی از مفاهیم و تعاریفی که در بخش های بعدی مورد استفاده قرار می گیرد را بیان می کنیم. مشتق کسری ریمان لیوویل برای  $\lambda(t)$  به صورت زیر بیان می شود:

$${}_t D_{t_f}^{\alpha_1} \lambda(t) = \frac{(-1)^n}{\Gamma(n - \alpha_1)} \frac{d^n}{dt^n} \int_t^{t_f} (\tau - t)^{n - \alpha_1 - 1} \lambda(\tau) d\tau. \quad (1)$$

و همچنین می توان مشتق کسری ریمان لیوویل را با استفاده از تفاضلات پسرو و پیشرو به صورت رابطه (۲) و (۳) بیان کرد که این روابط منجر به تعریف مشتق کسری گراند-والد<sup>۱</sup> می شود. مشتق کسری چپ و راست گراند-والد برای  $x(t)$  به ترتیب به صورت زیر بیان می شوند ([۳]، [۴]):

$${}_a D_t^{\alpha} x(t) = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{\sum_{j=0}^{\lfloor \frac{t-a}{h} \rfloor} (-1)^j \binom{\alpha}{j} y(t - jh)}{h^{\alpha}}, \quad (2)$$

$${}_t D_b^{\alpha} x(t) = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{\sum_{j=0}^{\lfloor \frac{b-t}{h} \rfloor} (-1)^j \binom{\alpha}{j} y(t + jh)}{h^{\alpha}}, \quad (3)$$

که  $\alpha$  یک عدد حقیقی در بازه  $[0, 1]$  است. حال بازه  $[a, b]$  را به  $N + 1$  زیر بازه مساوی که طول بازه  $\frac{b-a}{N}$  است تقسیم می کنیم و مقادیر روابط (۲) و (۳) را در  $i$  گره محاسبه می کنیم که منجر به روابط زیر می شود:

\*فرشاد همتي  
Grand-Wald<sup>1</sup>