



ارائه‌ی یک الگوریتم برای حل یک مساله‌ی معکوس با ماتریس متقارن مرکزی از مرتبه‌ی زوج

بهناز ضعیفی*

دانشگاه سیستان و بلوچستان

سید احسان یثربی نائینی

دانشگاه تربت حیدریه

جعفر رحمانی

دانشگاه آزاد اسلامی واحد مشهد

چکیده

در این مقاله، به بررسی حل یک مساله‌ی معکوس $AX = B$ می‌پردازیم که در آن A یک ماتریس متقارن مرکزی از مرتبه‌ی زوج است و ماتریس‌های $X, B \in R^{n \times m} (m \leq n)$ مفروض می‌باشند. شرط حل پذیری بیان می‌شود و الگوریتمی برای حل مساله معکوس ارائه می‌گردد. در نهایت الگوریتم روی یک مثال عددی پیاده سازی خواهد شد.

واژه‌های کلیدی: ماتریس متقارن مرکزی، مساله‌ی معکوس، تقریب بهینه، جواب کمترین مربعات

Mathematics Subject Classification [2010]: 13D45, 39B42

۱ مقدمه

بسیاری از مسائل علوم کاربردی و مهندسی را می‌توان به صورت دستگاه معادلات ماتریسی $AX = B$ فرمول بندی کرد که در آن $X, B \in R^{n \times m} (m \leq n)$ به کمک انجام آزمایشات و ثبت داده‌ها تعیین می‌شوند و هدف از حل مساله یافتن ماتریس مربعی A می‌باشد. در این دسته از مسائل که از آنها به مسائل معکوس^۱ یاد می‌کنند، مدل به کمک ثبت نتایج و داده‌های حاصل از آزمایشات بدست می‌آید، لذا به سختی می‌توان یک عملگر معکوس یافت که با اعمال آن بر روی داده‌های مساله به جواب قابل اطمینانی رسید. از جمله‌ی این مسائل می‌توان به حل مساله معکوس $AX = B$ با ماتریس متقارن مرکزی اشاره کرد که کاربردهای گسترده‌ای در آنالیز عددی دارند. با وجود اطلاعات ناکامل و انواع خطا که در حین آزمایشات، ثبت و اندازه‌گیری داده‌ها در این گونه از مسائل رخ می‌دهد و باعث ناپایداری مساله نیز می‌شوند، می‌توان از روش حداقل کردن مربعات خطا بهره گرفت تا این شکل بدو ضلعی مساله تا حدی حل گردد و به تقریب بهینه رسید. در این حداقل کردن مربعات خطا ابتدا یک جواب کمترین توان‌های دوم بدست می‌آید سپس این جواب به بهترین تقریب تبدیل خواهد شد. نمادهایی که در این مقاله استفاده می‌شوند عبارت هستند از: $R^{n \times m}$ مجموعه‌ی تمام ماتریس‌های $n \times m$ $OR^{n \times n}$ مجموعه‌ی تمام ماتریس‌های متعامد $n \times n$ را معرفی می‌کنند. A^+ معکوس تعمیم یافته‌ی مور-پنرز و $rank(A)$ رتبه‌ی ماتریس A را نشان می‌دهند. همچنین نمادهای I_k ، $\| \cdot \|$ و (A, B) به ترتیب معرف ماتریس یکانی از مرتبه‌ی n ، نرم فروبنیوسی و حاصلضرب داخلی دوماتریس A و B می‌باشند. فرض کنید e_i -مین ستون I_n و $J_n = (e_n, e_{n-1}, \dots, e_1)$ باشند. در این صورت روابط $J_n^T J_n = I$ و $J_n^T = J_n$ برقرار می‌باشند.

تعریف ۱.۱. $A = (a_{ij}) \in R^{n \times n}$ یک ماتریس متقارن مرکزی^۲ است، هرگاه $a_{ij} = a_{n+1-i, n+1-j}$ برقرار باشد.

* سخنران

^۱Inverse Problem^۲Centrosymmetric Matrix