



بررسی پایداری و نقاط انشعاب یک سیستم دینامیکی جمعیتی با تابع پاسخ هولینگ

زینب لجمیری*
دانشگاه شهرکرد

دکتر رضا خوش سیر
دانشگاه شهرکرد

چکیده

این مقاله به تحلیل رفتار کیفی و دینامیکی یک مدل جمعیتی برای تعیین وجود جمعیت های تعادلی، نوسانی و انفجار جمعیتی یک سیستم دینامیکی زیستی غیرخطی با چهار پارامتر حقیقی می پردازد. پدیده های دینامیکی فوق که از طریق نقاط تعادل پایدار، انشعاب هیف، سیکل های حدی، و انشعاب هموکلینیک حادث می شوند، را با استفاده از الگوریتم های امتداد عددی و تکنیک های دینامیکی تعیین می کنم. جهت انشعاب هاپف و پایداری جواب های تناوبی انشعابی با محاسبه ضرایب فرم نرمال تعیین می شود. با استفاده از تکنیک امتداد عددی، دیاگرام انشعاب و سیکل های حدی نیز محاسبه می گردند.

واژه های کلیدی: (انشعاب هیف، انشعاب هموکلینیک، سیکل حدی، ضرایب فرم نرمال)

Mathematics Subject Classification [2010]: 13D45, 39B42

۱ مقدمه

استفاده ی بهینه و مداوم از منابع باعث می شود که نه تعادل طبیعی محیط از بین برود و نه زندگی انسانها در نبود منابع دشوار گردد. یکی از معمول ترین مدل های ریاضی در زیست شناسی، مدل شکارشکارچی است که در آن تعامل بین دو گونه از موجودات مدل سازی می گردد، یکی از این مدل ها سیستم لزی^۱ می باشد. تابع پاسخ این مدل توسط هولینگ^۲ در زمینه ی حشره شناسی معرفی شد، که نشان می دهد در صورت وجود جمعیت های تعادلی (نقاط تعادل)، گونه های جمعیتی برای همیشه در همان سطح باقی می مانند، در صورت وجود جمعیت های نوسانی (سیکل های حدی)، گونه ها افزایش و کاهش دارند ولی هیچ گونه ای به طور کامل از بین نمی رود و دچار انقراض نمی شود و در صورت انفجار جمعیتی (انشعاب هموکلینیک) بر اثر شرایط زیست محیطی مطلوب و نشان دادن حالت تدافعی بهتر، جمعیت طعمه از ماکسیم خط آستانه جمعیت متعادل خود فراتر می رود تا زمانیکه دوباره تحت شرایطی کاهش یافته و به خط آستانه تعادل برسد [۳]. سیستم مورد بحث به صورت زیر است [۱]، که در آن: $x, y \in \{(x, y) : x > 0, y > 0\}$ ، $\delta, \beta, a > 0$ ، $b > -\sqrt{2}a$

$$\begin{cases} \dot{x} = x(1-x) - \frac{x^2 y}{ax^2 + bx + 1} \\ \dot{y} = y(\delta - \frac{\beta y}{x}) \end{cases} \quad (1)$$

تعریف ۱.۱. برای سیستم دینامیکی $\dot{x} = f(x, \alpha)$ که $x \in R^n, \alpha \in R^p$ نقطه $(x^*, \alpha^*) \in R^n \times R^p$ را یک نقطه تعادل نامیم هرگاه $f(x^*, \alpha^*) = 0$. [۴]

* سخنران

Leslie^۱

Holling^۲