



پایداری زمان-محدود و خاصیت سایه‌زنی

غفار داداشی‌شنبرکی

دانشجوی کارشناسی ارشد-دانشگاه یزد

مهدی فاتحی‌نیا*

استادیار گروه ریاضی محض-دانشگاه یزد

چکیده

هدف اصلی این مقاله، بررسی پایداری زمان-محدود برای سیستم‌های دینامیکی پیوسته می‌باشد. ابتدا، مفاهیم اساسی مانند، پایداری لیاپانوف، جاذب، جاذب زمان محدود و پایداری زمان-محدود را بیان می‌کنیم. با استفاده از این مفاهیم، شرایطی را بررسی می‌کنیم که یک سیستم تحت آن شرایط، دارای پایداری مجانبی و سپس، رابطه‌ی بین پایداری زمان-محدود و خاصیت سایه‌زنی را بررسی می‌کنیم.

واژه‌های کلیدی: پایداری لیاپانوف، پایداری زمان-محدود، خاصیت سایه‌زنی.

Mathematics Subject Classification [2010]: 37B25, 37N35

۱ مقدمه

برای سیستم‌های کنترل، پایداری زمان-محدود را بدست می‌آوریم [۱، ۳، ۵]. یکی از مثال‌های پایداری زمان-محدود، سیستم‌های کنترل مقاوم هستند. برای این کار، تابع زمان-نشست را بدست می‌آوریم.

در این مقاله سیستم زیر را در نظر می‌گیریم.

$$\dot{x} = f(t, x), \quad t \in \mathbb{R} \quad (1)$$

با توجه به قضیه یکتایی جواب در معادلات دیفرانسیل، سیستم (۱)، جوابی یکتا با شرط اولیه $x(t) = x_0$ دارد. $x(t, t_0, x_0)$ را جوابی برای سیستم (۱) در نظر می‌گیریم. مجموعه‌ی جواب‌ها را با $\Phi(t, x)$ نشان می‌دهیم. پس $x(t, t, x) \in \Phi(t, x)$.

تعریف ۱.۱. [۴] (پایداری لیاپانوف) مبدأ را برای سیستم (۱)، پایدار لیاپانوف می‌گوییم اگر برای هر $\varepsilon > 0$ و هر $t_0 \in I$ ، $\delta(\varepsilon)$ وجود داشته باشد، بطوریکه برای هر x_0 و هر $t \geq t_0$ که $\|x_0\| < \delta(\varepsilon, t_0)$ ، ایجاب کند $\|x(t, t_0, x_0)\| < \varepsilon$.

تعریف ۲.۱. [۱] (جاذب زمان-محدود) مبدأ را برای سیستم (۱)، جاذب زمان-محدود می‌گوییم، اگر برای هر $t_0 \in \mathbb{R}$ مجموعه $\nu(t_0) \subseteq \mathbb{R}^n$ وجود داشته باشد؛ بطوریکه برای هر $x_0 \in \nu(t_0)$:

۱. برای هر $t > t_0$ از سیستم (۱)، $x(t, t_0, x_0)$ وجود داشته باشد؛

۲. برای هر $x_0 \in \nu(t_0)$ و $t_0 \in \mathbb{R}$ و $T(t_0, x_0) < +\infty$.