



تقریب‌گیری با استفاده از انتگرال‌گیری عددی از دو عملگر شبه-درونیاب در یک فضای همسان بر روی یک شبکه‌ی چهار سویه

محمد احمدی بلوطکی
دانشگاه آزاد اسلامی واحد نجف آباد

فرهاد خاکسار حقانی دهکردی
دانشگاه آزاد اسلامی واحد شهرکرد

پریسا احمدی بلوطکی*
دانشگاه آزاد اسلامی واحد ایذه

چکیده

نظریه‌ی شبه-درونیابی در مطالعه‌ی نظریه‌ی تقریب‌گیری و کاربردهای آن بسیار مهم است. در این مقاله ما یک طرح شبه-درونیابی بر اساس توابع پایه‌ی بی-اسپلاین در فضای اسپلاین درجه چهارم را به کار می‌بریم و سپس همان بی-اسپلاین را برای طرح شبه-درونیابی چندسطحی در همان فضا مورد استفاده قرار می‌دهیم و با استفاده از انتگرال‌گیری عددی انتگرال‌های دو-بعدی هر دو عملگر را با هم مقایسه می‌کنیم. نتایج عددی نشان می‌دهند که عملگر شبه-درونیابی دو-سطحی دارای مرتبه‌ی تقریب‌گیری بهتری نسبت به عملگر شبه-درونیابی اصلی در همان فضا است.

واژه‌های کلیدی: عملگرهای شبه-درونیابی، فضای اسپلاین درجه چهارم، شبکه‌ی چهار سویه، انتگرال‌گیری عددی
Mathematics Subject Classification [2010]: 13D45, 39B42

۱ مقدمه

عملگرهای شبه-درونیابی برای حل عددی معادلات دیفرانسیل، تقریب‌گیری داده‌های پراکنده، انتگرال‌گیری عددی و به طور گسترده در مکانیک، محاسبات علمی و مهندسی با موفقیت به کار رفته‌اند، برای مشاهده‌ی برخی نتایج به دست آمده به مراجع [۱, ۲] مراجعه کنید. هدف این مقاله ارائه‌ی برخی نتایج اخیر به دست آمده در مورد فضای اسپلاین درجه چهارم است. در این مقاله دو نوع عملگر شبه-درونیابی در این فضا مورد بررسی قرار می‌گیرد و با استفاده از انتگرال‌گیری عددی دو-بعدی برای این دو عملگر نشان می‌دهیم که عملگر معرفی شده‌ی دو-سطحی در این فضا مرتبه‌ی تقریب بهتری از عملگر اصلی در این فضا به ما می‌دهد. هر دو عملگر شبه-درونیابی در فضای اسپلاین درجه چهارم روی مثلث‌بندی هم‌شکل نوع-دو تعریف می‌شوند و همچنین هر دو عملگر برای انتگرال‌گیری عددی دو-بعدی به کار برده می‌شوند. فرض کنید $D = [0, 1] \times [0, 1]$ و فرض کنید $(\Delta_{mn}^{(2)})$ یک افراز شبکه‌ی هم‌شکل در دامنه‌ی D با یک شبکه‌ی چهار سویه با استفاده از خطوط شبکه‌ی زیر تعریف شده است:

$$mx - i = 0, ny - i = 0, ny - mx - i = 0, ny + mx - i = 0$$

که $i = \dots, -1, 0, 1, \dots$ و m, n اعداد صحیح داده شده هستند. این خطوط شبکه نه تنها یک مثلث‌بندی در دامنه‌ی D را ارائه می‌دهند بلکه این افراز را به صفحه‌ی $\mathbb{R}^2$ نیز بسط می‌دهند. همچنین فرض کنید $S_1^2(D)$ فضای تمام توابع در $C^2(D)$ است که تحدیدهای این توابع نسبت به هر خانه‌ی مثلثی از افراز Δ در دامنه‌ی D ، چندجمله‌ای‌هایی حداکثر از درجه ۴ هستند. برای یادآوری فضای اسپلاین درجه چهارم و ویژگی‌های این فضا به مرجع [۳] مراجعه کنید. اثبات شده که تمام اسپلاین‌های پشتیبانی شده‌ی موضعی تنها می‌توانند یک زیرفضای حقیقی از $S_1^2(\Delta_{mn}^{(2)})$ را تولید کنند. در واقع، زیر فضای حقیقی $S_{1,3}^{2,3}(\Delta_{mn}^{(2)})$ را تولید

* سخنران