



مطالعه ویژگی های زیرمدولهای پوچساز-ناچیز

طیبه آموزگار

دانشگاه مهندسی فناوری های نوین قوچان

چکیده

زیرمدولهای پوچساز-ناچیز تعمیم محضی از زیرمدولهای ناچیز می باشند. در این مقاله به بررسی مدولهای پوچساز-ناچیز می پردازیم. از جمله نشان خواهیم داد که اگر M_R یک مدول شبه تصویری باشد، آنگاه $\nabla(M) = \{\phi \in S \mid \text{Im} \phi \ll M\}$ که $K_S(M) = J(S) = \nabla(M)$.

واژه های کلیدی: پوچساز، زیرمدولهای پوچساز-ناچیز، زیرمدولهای ناچیز

Mathematics Subject Classification [2010]: 16D10, 16D80

۱ مقدمه

در سرتاسر این مقاله تمام حلقه ها شرکت پذیر با همانی و مدولها مدولهای راست یکانی هستند. فرض کنید M یک مدول باشد. ما نماد $N \ll M$ را استفاده می کنیم تا نشان دهیم که N ناچیز در M است (یعنی $(\forall L \subseteq M, L + N \neq M)$). حلقه درون ریختی $\text{End}(M)$ از مدول M با S نشان داده می شود. نماد $N \subseteq^{ess} M$ نشان می دهد که N اساسی در M است. پوچساز چپ از زیرمدول X از M بوسیله $\ell_S(X)$ و پوچساز راست هر درون ریختی f از M یعنی هسته f بوسیله $r_M(f)$ نشان داده می شود.

در [۳] نیکلسون^۱ و ژو^۲ ایده الهای راست (چپ) پوچساز - ناچیز را تعریف کردند. در این مقاله ما زیرمدولهای پوچساز-ناچیز از مدول دلخواه M را بررسی می کنیم. زیرمدول K از M را پوچساز - ناچیز^۳ گوییم هرگاه برای هر زیر مدول X از M ، که رابطه $K + X = M$ برقرار باشد نتیجه بگیریم $\ell_S(X) = 0$. بوضوح هر زیر مدول ناچیز، پوچساز - ناچیز است. در گزاره ۲.۲ نشان می دهیم که اگر M هم جمع شدنی^۴ باشد، هر مدول پوچساز-ناچیز، ناچیز است. همچنین قضیه زیر را اثبات می کنیم که [Lemma ۴، ۳] را تعمیم می دهد: زیرمدول $k(M)$ پوچساز-ناچیز در M است اگر و تنها اگر $b(M) \subsetneq bk(M)$ برای هر $b \in S$ اگر و تنها اگر $\ell_S(1_S - ks) = 0$ برای هر $s \in S$ اگر و تنها اگر $\ell_S(1_S - sk) = 0$ برای هر $s \in S$ اگر و تنها اگر $\ell_S(k - ksk) = \ell_S(k)$ برای هر $s \in S$. در این مقاله هدف اصلی ما تعمیم نتایج دیگر از [۳] از حالت حلقه به مدول است.

۲ نتایج اصلی

تعریف ۱.۲. زیرمدول K از M را پوچساز - ناچیز گوییم هرگاه برای هر زیر مدول X از M ، که رابطه $K + X = M$ برقرار باشد نتیجه بگیریم $\ell_S(X) = 0$. در این حالت می نویسیم $K \ll_a M$.

^۱Nicholson

^۲Zhou

^۳Annihilator-small

^۴Coretractable