



ابر ارزیاب‌ها و ابرحلقه‌های ابر ارزیابی

سید محمد انوریه

دانشگاه یزد

خدیجه میردار هریجانی*

دانشگاه یزد

چکیده

در این مقاله نظریه ارزیاب را به ابر ساختارهای جبری توسعه می‌دهیم. برای این منظور با در نظر گرفتن یک گروه آبدلی تماماً مرتب ابر ارزیاب را از یک ابر میدان به توی یک گروه آبدلی تماماً مرتب تعریف می‌کنیم و سپس ویژگی‌های آن را بررسی می‌نماییم و نشان می‌دهیم برای هر گروه آبدلی تماماً مرتب یک ابر ارزیاب وجود دارد.

واژه‌های کلیدی: ابرارزیاب، ابرحلقه، ابرمیدان، گروه آبدلی تماماً مرتب

Mathematics Subject Classification [2010]: 13D45, 39B42

۱ مقدمه

نظریه ارزیاب اولین بار توسط ریاضیدان مجارستانی جوزف کورشاک در سال ۱۹۱۲ مطرح شد [۷]. استروسکی [۹]، هاس [۴]، اشمیت [۱۰] و دیگران نظریه ارزیاب را توسعه دادند. در سال ۱۹۳۱ کرول به تعمیم نظریه ارزیاب روی یک میدان دلخواه پرداخت و اولین بار مفهوم ارزیاب روی یک میدان و حوزه ارزیاب را معرفی نمود [۶]. در این مقاله ما سعی داریم نظریه ارزیاب را به ابر ساختارهای جبری توسعه دهیم. ابر ساختارهای جبری تعمیمی از ساختارهای جبری مانند نیم گروه‌ها، گروه‌ها، حلقه‌ها، میدان‌ها و غیره است. در یک ساختار جبری کلاسیک ترکیب دو عضو یک عضو است؛ در حالی که در یک ابر ساختار جبری ترکیب دو عضو یک مجموعه ناتهی است. مارتی، ریاضیدان فرانسوی در هشتمین کنگره ریاضیدانان اسکندیناوی تعمیمی از مفهوم گروه‌ها ارائه کرد و آن را ابر گروه نامید [۸]. فرض کنیم H یک مجموعه ناتهی و $\phi^*(H)$ مجموعه تمام زیرمجموعه‌های ناتهی H باشد، آنگاه نگاشت $H \times H \rightarrow \phi^*(H)$: $+$ یک ابر عمل روی H نامیده می‌شود. ساختار $(H, +)$ را یک ابر گروه گوئیم هرگاه: خاصیت شرکت پذیری برقرار باشد یعنی به ازای هر $x, y, z \in H$ داشته باشیم $(x + y) + z = x + (y + z)$ ؛ و در خاصیت تکثیر صدق کند یعنی به ازای هر $x \in H$ داشته باشیم $x + H = H + x = H$. کراسنر مفهوم ابر حلقه‌ها و ابر میدان‌ها را معرفی نمود که در واقع توسیعی از حلقه‌ها و میدان‌ها می‌باشند [۵]. ابر گروه $(H, +)$ را ابر گروه کانونی نامیم هرگاه: جابجایی باشد؛ عضو $\circ \in H$ وجود داشته باشد به طوری که برای هر $x \in H$ داشته باشیم $\circ + x = x + \circ = x$ ؛ برای هر $x \in H$ یک $x' \in R$ وجود داشته باشد به طوری که $x + x' = \circ$ ؛ عضو x' را وارون x می‌نامیم.

ساختار جبری $(R, +, \cdot)$ که در شرایط زیر صدق می‌کند را ابر حلقه می‌نامیم: $(R, +)$ ابر گروه کانونی است؛ $(R, \cdot)$ یک نیم گروه و دارای عضو همانی باشد؛ عمل $\cdot$ نسبت به ابر عمل $+$ توزیع پذیر باشد. ابر حلقه $(R, +, \cdot)$ را جابجایی گوئیم هرگاه $(R, \cdot)$ نیم گروه جابجایی باشد. ابر حلقه جابجایی و یکدار R و فاقد مقسوم علیه‌های صفر را یک ابر حوزه می‌نامیم.

* سخنران