



فاکتور بیز برای آزمون تک نمونه ای بردار میانگین با ماتریس کوواریانس معلوم

منوچهر خردمندنیا

دانشگاه اصفهان

پریا بهرامی*

دانشگاه اصفهان

چکیده

در این مقاله براساس یک نمونه تصادفی n تایی از توزیع نرمال p متغیره $N_p(\mu, \Sigma)$ فاکتور بیز را برای آزمون فرض $\mu = \mu_0 : H_0$ در مقابل $\mu \neq \mu_0 : H_1$ در حالتی که Σ معلوم است به دست می آوریم. از طریق شبیه سازی نشان می دهیم که با افزایش اندازه نمونه احتمال تشخیص درست افزایش می یابد. برای برآورد ابر پارامترها از نمونه پرورشی استفاده می کنیم و نشان می دهیم که تغییر محل نمونه پرورشی اثر قابل توجهی روی احتمال درست بودن H_0 نمی گذارد ولی افزایش اندازه نمونه پرورشی احتمال درست بودن H_0 را کاهش می دهد و لذا نمونه پرورشی مینیمال توصیه می شود.

واژه های کلیدی: فاکتور بیز، نمونه پرورشی، احتمال درست بودن یک فرضیه

Mathematics Subject Classification [2010]: 62C10, 62F03

۱ مقدمه

فاکتور بیز معیاری در استنباط بیزی است که برای آزمون فرض ها و انتخاب مدل مورد استفاده قرار می گیرد. فرض کنید x یک آرایه تصادفی قابل مشاهده است که توزیع آن به پارامتر θ (یک آرایه تصادفی غیر قابل مشاهده) بستگی دارد. فاکتور بیز برای آزمون فرض $\theta \in \omega_0 : H_0$ در مقابل $\theta \in \omega_1 : H_1$ به صورت زیر تعریف می شود:

$$B_{0,1} = \frac{p(x|H_0)}{p(x|H_1)} = \left(\frac{p(H_0|x)}{p(H_1|x)} \right) / \left(\frac{p(H_0)}{p(H_1)} \right) \quad (1)$$

که در آن $p(H_i)$ احتمال پیشین درست بودن H_i ، $p(H_i|x)$ احتمال پسین درست بودن H_i و $p(x|H_i)$ چگالی کناری داده ها تحت فرض H_i است ($i = 0, 1$). با توجه به این که $p(H_0|x) + p(H_1|x) = 1$ می توان نوشت:

$$p(H_0|x) = \frac{B_{0,1}}{1 + B_{0,1}(p(H_0)/(p(H_1)))} = 1 - p(H_1|x) \quad (2)$$

اگر هیچ ترجیح پیشینی بین دو فرض وجود نداشته باشد آن گاه $p(H_0) = p(H_1) = 0.5$ و در نتیجه احتمال پسین درست بودن H_0 برابر است با

$$p(H_0|x) = \frac{B_{0,1}}{1 + B_{0,1}} = 1 - p(H_1|x) \quad (3)$$

که در آن $p(H_1|x)$ احتمال پسین درست بودن H_1 است. برای توضیح بیشتر راجع به فاکتور بیز به مرجع [۲] مراجعه کنید. در حالت چند متغیره کارهای قابل توجهی در رابطه با موضوع مقاله حاضر صورت گرفته است. ولی در حالت یک متغیره یکی از کارهای مهم انجام شده مقاله [۴] می باشد که براساس فاکتور بیز به آزمون فرضیه $H_0 : y_i \sim N(\mu_0, \sigma^2)$ در مقابل $H_1 : y_i \sim N(\mu_1, \sigma^2)$ پرداخته است.