



فرمولی برای اولین مقدار ویژه و اثر منظم برای سیستم معادلات دیفرانسیل مرتبه ی دوم با نقطه ی برگردان

اصغر محمدنژاد*
دانشگاه تبریز

دکتر علی اصغر جدیری اکبر فام
دانشگاه تبریز

چکیده

در این مقاله، مسأله ی استورم-لیوویل را با شرایط مرزی دیریکله و نویمان در نظر می گیریم و اولین مقدار ویژه را در حالت های مختلف به دست می آوریم. سپس با استفاده از توزیع مجانبی مرتبه بالای مقادیر ویژه را با به کار بردن معادله ی ریکاتی به دست می آوریم، علاوه بر این سیستم استورم-لیوویل با یک نقطه برگردان را مورد مطالعه قرار می دهیم و آن را به معادله ی انتگرال متناظر تبدیل می کنیم، سپس نمایش مجانبی جواب ها و مشتقات جواب ها را به دست می آوریم و با توجه به آن ها بسط مجانبی مقادیر ویژه را نتیجه می گیریم.

واژه های کلیدی: مسأله ی استورم-لیوویل، جواب های مجانبی، نقاط برگردان، شرط های مرزی دیریکله و نویمان

۱ مقدمه

نظریه نقطه برگردان، شاخه ای از نظریه ی مجانبی معادلات دیفرانسیل است که وابسته به رفتار تکین یک پارامتر می باشد. نقاط برگردان، نقاط خاصی هستند که بررسی این نقاط، در درک کامل ماهیت مجانبی جواب های معادلات دیفرانسیل ضروری است و فرمول ریاضی مسائل زیادی در فیزیک و مهندسی شامل نقاط برگردان می باشند و این انگیزه ی اصلی برای ادامه ی روند مربوط به مطالعه ی نقاط برگردان را تشکیل می دهد.

تعریف ۱.۱. تابع تعمیم یافته ی زتا به صورت زیر تعریف می شود

$$\zeta(s, a) = \sum_{n=0}^{\infty} (n+a)^{-s} \quad (1)$$

تعریف ۲.۱. در این مقاله دستگاه معادلات دیفرانسیل مرتبه ی دوم زیر را در نظر می گیریم

$$y''(x) + (\lambda^2 R(x) + Q(x))y(x) = 0, \quad 0 \leq x \leq \pi \quad (2)$$

که در آن

$$R(x) = \begin{pmatrix} s(x) & 0 \\ 0 & t(x) \end{pmatrix}, \quad Q(x) = \begin{pmatrix} p(x) & r(x) \\ r(x) & q(x) \end{pmatrix}, \quad y(x) = (y_1(x), y_2(x))^T$$