



حل عددی رده‌ای از معادلات انتگرال فوق منفرد

محمدعلی فریبرز عراقي یعقوب محمودی رضا نوین*

دانشگاه آزاد اسلامی تهران مرکز دانشگاه آزاد اسلامی تبریز دانشگاه آزاد اسلامی تهران مرکز

چکیده

بسیاری از مسائل مهم در علوم مهندسی، به حل معادلات انتگرال خاصی، به نام معادلات انتگرال فوق منفرد منجر می‌شوند. حل تحلیلی این نوع معادلات، در حالت کلی به سختی قابل انجام است به همین دلیل و با توجه به کاربردهای آن، نیازمند حل عددی این معادلات می‌باشیم. چندجمله‌ای چبیشف در تئوری تقریب از اهمیت ویژه‌ای برخوردارند. در این مقاله نیز جواب عددی رده‌ای خاص از معادلات انتگرال فوق منفرد را با استفاده از چندجمله‌ای‌های چبیشف تقریب زده و با ارائه‌ی مثالی، روش ارائه شده را پیاده‌سازی خواهیم نمود.

واژه‌های کلیدی: معادلات انتگرال فوق منفرد - چندجمله‌ای‌های چبیشف - جواب تقریبی

Mathematics Subject Classification [2010]: 65R20, 78W23, 45E05

۱ مقدمه

در این مقاله فرض می‌کنیم فرم کلی معادله‌ی انتگرال فوق منفرد مورد نظر به صورت زیر باشد:

$$\oint_{-1}^1 \frac{k(x,t)}{(t-x)^2} \varphi(t) dt + \int_{-1}^1 L(x,t) \varphi(t) dt = f(x), \quad -1 \leq x \leq 1 \quad (1)$$

که در آن $k(x,t)$ ، $L(x,t)$ و $f(x)$ به ترتیب توابع پیوسته‌ی تعریف شده روی مجموعه‌های $[-1, 1] \times [-1, 1]$ ، $[-1, 1] \times [-1, 1]$ و $[-1, 1]$ هستند و $\varphi(t)$ نیز تابع مجهول بوده و داریم $\varphi(\pm 1) = 0$. فرض کنیم فرم معادله‌ی انتگرال فوق منفرد در معادله‌ی (۱) به صورت زیر باشد:

$$\oint_{-1}^1 \frac{\varphi(t)}{(t-x)^2} dt = f(x), \quad (2)$$

در این صورت داریم:

$$\oint_{-1}^1 \frac{\varphi(t)}{(t-x)^2} dt = \frac{d}{dx} \int_{-1}^1 \frac{\varphi(t)}{t-x} dt. \quad (3)$$

بنابراین عبارت (۲) به فرم زیر بازنویسی می‌شود:

$$\frac{d}{dx} \int_{-1}^1 \frac{\varphi(t)}{t-x} dt = f(x). \quad (4)$$

با انتگرال گیری از طرفین معادله‌ی (۴) داریم:

$$\int_{-1}^1 \frac{\varphi(t)}{t-x} dt = F(x), \quad (5)$$