



حل عددی معادلات با مشتقات جزئی سهموی با روش تفاضلات متناهی ضمنی

فریا فتحی*

دانشگاه آزاد اسلامی واحد دزفول

چکیده

در این مقاله روش های حل عددی معادلات با مشتقات جزئی سهموی با استفاده از ترکیب سری پاده، سری تیلور و عملگر های تفاضلی مورد بحث قرار می گیرد و دقت و پایداری این روش بررسی می گردد. در نتیجه این محاسبات دقت جدیدی حاصل می گردد که شامل پنج تراز زمانی است. محاسبات با نرم افزار MATLAB انجام شده است.

واژه های کلیدی: معادلات سهموی، فرم های تفاضلی، پایداری

Mathematics Subject Classification [2010]: 35kxx

۱ مقدمه

فرض می کنیم که $\frac{\partial u}{\partial t} = L^*u$ باشد که L^*u عملگر خطی در u است. ساده ترین مثال از این نوع معادله معادله انتقال گرمایی زیر است.

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

که $a < x < b$ و t متغیر زمان و مثبت می باشد. این مسأله را همراه با شرایط اولیه و مقدار مرزی در نظر می گیریم. نقاط گره با $x_k = x_0 + kh$ و $t_m = mk_x$ مشخص می شود که $k = 0, 1, \dots, N$. به اختصار $u(x_m, t_m)$ را با نماد u_m^n مشخص می کنیم. اگر عملگر تفاضلی زیر را در نظر بگیریم

$$\nabla f(x_j) = f(x_j) - f(x_{j-1}) = (1 - E^{-1})f(x_j)$$

با استفاده از سری تیلور می توان نوشت:

$$f(x+h) = f(x) + hf'(x) + \frac{h^2}{2}f''(x) + \dots = f(x) + h\nabla f(x) + \frac{h^2}{2}\nabla^2 f(x) + \dots = (1 + h\nabla + \frac{h^2}{2}\nabla^2 + \dots)f(x)$$

یعنی

$$Ef(x) = e^{hD}f(x)$$

پس $E = e^{hD}$ و از آنجا

* سخنران