



## فرمول‌بندی المان‌های محدود مسائل تماسی ویسکوالاستیک به وسیله یک فرآیند حل نموی-انطباقی در معادلات وارهیدگی

حسین اشرفی<sup>۱\*</sup>، مهدی کسرایی<sup>۲</sup>، مهرداد فرید<sup>۳</sup>

۱- بخش مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی، دانشگاه شیراز، شیراز، ایران

۲- بخش مهندسی مکانیک، دانشگاه شیراز، شیراز، ایران

\*آدرس پست الکترونیکی: [ashrafi@shirazu.ac.ir](mailto:ashrafi@shirazu.ac.ir)

### خلاصه

هدف طرح حاضر، توسعه یک فرآیند محاسباتی نموی-انطباقی بر مبنای الگوریتمی توانمند به منظور محاسبه فشارهای شبه استاتیک تماسی در سازه‌های ویسکوالاستیک می‌باشد. از مدل تعیین یافته ماکسول برای مدل‌سازی تواع وارهیدگی معادلات مشکله ویسکوالاستیک بهره گرفته شده است. در این فرمول‌بندی، تواع وارهیدگی به وسیله حاصل جمع سری‌های تواع نمایی کاهشی با زمان بیان می‌شوند. بر اساس اعمال اصل کار مجازی، یک فرمول‌بندی مؤثر المان‌های محدود با یک فرآیند حل نموی در معادلات وارهیدگی به دست می‌آید. به منظور تحلیل مسائل تماسی ویسکوالاستیک بر اساس شرایط سینماتیکی و هندسی اجزای در حال تماس از رهیافت لاگرانژ الحاقی انطباقی استفاده شده است.

**کلمات کلیدی:** معادلات وارهیدگی ویسکوالاستیک، مسائل تماسی، حل نموی-انطباقی، رهیافت لاگرانژ الحاقی.

### ۱. مقدمه

مسائل مقدار مرزی غیرخطی در برگیرنده تماس یکی از با اهمیت‌ترین مسائل در صنایع وابسته به مهندسی مکانیک، سازه و در کاربردهای علوم پزشکی و محیط زیست می‌باشد. در واقع، تمام حرکات در این کره خاکی از قبیل قدم زدن ساده یک عابر یا حرکت سایر مصنوعات متجرک بشر همگی شامل تماس و اصطکاک می‌باشند. در گذشته اغلب به دلیل طبیعت پیچیده تماس، مسائل مرتبط با آن در فرآیندهای طراحی با پرضیبات خاصی به صورت تقریبی حل می‌شدند. این در حالی است که حتی در شرایط کنونی نیز نرم افزارهای استاندارد المان‌های محدود به صورت کامل قادر به حل مسائل تماسی و اصطکاکی با الگوریتم‌هایی توانمند نمی‌باشند و هنوز رقابت در انجمن المان‌های محدود به منظور بکارگیری روش‌هایی بهینه و توانمند وجود دارد. محدوده کاربرد علم مکانیک تماس با مسائل به نسبت ساده شالوده‌ها و تزویج شالوده‌ها با شمع ها به عنوان اعضاً ثبات دهنده در سازه‌های مهندسی آغاز می‌شود که بلندشگی شالوده‌ها از خاک در اثر بارهای خارج از مرکزی که به ساختمان‌ها وارد می‌شوند، مورد توجه مهندسان قرار گرفت [۱]. مسائل کلاسیک یاتاقان در سازه‌های فولادی، اتصال اعضاً ساختاری سازها به وسیله پیچ و مهره، یا ضربه به یک مسئله الستیک خطی نیز فرمول‌بندی کرد، به دلیل طبیعت این مسائل در نامشخص بودن سطح تماس آن‌ها، تمام کاربردهای آن‌ها غیرخطی و به الگوریتم‌های حل خاصی نیاز دارند.

ادن و کیکوچی [۲] مسائل تماسی بدون اصطکاک را با استفاده از نامساوی‌های تغییراتی فرمول‌بندی کردند و در خصوص وجود و یکتایی حل خود نیز با ارائه مثال‌های عددی بحث نمودند. سیمو و لارسن [۳] نیز برای نخستین مرتبه از رهیافت لاگرانژ الحاقی برای تحلیل مسائل تماسی با قابلیت بهنگام‌سازی خود کار ضریب پتانی و ارضای قیود از طریق مقادیر محدود پتانلی استفاده نمودند. زوچر و همکارانش [۴] در یک مدل المان‌های محدود سه بعدی شبه استاتیکی از یک فرمول‌بندی نموی مستقیم برای معادلات مشکله در یک محیط ویسکوالاستیک ارتوتروپیک استفاده کردند. چن و همکارانش [۵] بر اساس اصل کار مجازی یک مدل المان‌های محدود دو بعدی را با استفاده از یک فرآیند نموی در معادلات مشکله ویسکوالاستیک برای تحلیل مسائل تماسی ارائه کردند. بر اساس فرمول‌بندی تغییراتی و طرح پسروندۀ اویلر، فرтанدز و سوفونی [۶] مسئله تماس شبه استاتیکی بین یک جسم ویسکوالاستیک و یک بستر تغییرشکل پذیر را بدون اصطکاک مورد توجه قرار دادند. محمود و همکارانش [۷] یک فرمول‌بندی المان‌های محدود نموی را برای تحلیل مسائل تماس اصطکاکی ویسکوالاستیک در شرایط شبه استاتیکی ارائه نمودند که برای در نظر گرفتن اثرات هر دو نوع رفتار وارهیدگی تنש و خوش از مدل ویژگت به منظور مدل‌سازی معادلات مشکله ویسکوالاستیک استفاده کردند و برای اجرای قیود تماسی نیز از روش ضریب لاگرانژ بهره گرفتند. اشرفی و همکارانش [۸] نیز فرآیند نموسازی متفاوتی را در انتگرال گیری انتگرال‌های استیلچس معادلات وارهیدگی اتساعی و برشی به کمک تواع واحد و دلتا ارائه کردند و برای اجرای قیود تماسی هم از رهیافت لاگرانژ الحاقی بهره برdenد.