

بکارگیری روش هموتوپی در حل دستگاه معادلات انرژی و نویر - استوکس

مریم مزارانی¹

¹ دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران غرب، گروه پایه و عمومی، تهران، ایران، Maryam.Mazdarani@Gmail.com

چکیده

بی‌شک نقش معادلات تابعی در مدل‌سازی پدیده‌های طبیعی و پیشرفت علوم مهندسی، فیزیک و غیره بر کسی پوشیده نیست و شناخت و حل معادلات تابعی علی‌الخصوص معادلات غیرخطی از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. انتقال طبیعی جریان گرما در طول یک استوانه عمودی یکی از این موارد است که با مدل‌سازی مناسب به دستگاه معادلات دیفرانسیل غیرخطی با مقادیر مرزی در یک بازه‌ی نیمه نامتناهی تبدیل می‌شود. در این مقاله به حل دستگاه فوق به روش آنالیز هموتوپی (HAM) می‌پردازیم. همگرایی این روش به انتخاب مناسب پارامترها بستگی دارد که به کمک منحنی h -امکان پذیر است و در انتهای مقاله آمده است. واژه‌های کلیدی: بازه‌ی نیمه نامتناهی، بسط سری جواب، پارامتر کنترل همگرایی، دستگاه معادلات انرژی و نویر - استوکس، روش آنالیز هموتوپی.

1- مقدمه

اهمیت جواب‌های تحلیلی و عددی معادلات تابعی شامل معادلات دیفرانسیل خطی و غیرخطی-معادلات انتگرال خطی و غیرخطی و غیره بر کسی پوشیده نیست یکی از جدیدترین و کارآمدترین روش‌های محاسبه اینگونه جوابها روش آنالیز هموتوپی می‌باشد. ایده‌ی اساسی هموتوپی به توپولوژی و هندسه تحلیلی برمی‌گردد [1]. این روش در سال 1992 توسط لیائو پایه‌گذاری و در سال 2003 رسماً در کتاب «آنسوی پریشندگی» معرفی شد [2-4]. انتقال طبیعی جریان گرما در طول یک استوانه عمودی یکی از مسأله‌های مهم در مهندسی و فیزیک است که در سال توسط وانگ¹ [5] بررسی و بصورت معادلات انرژی و نویر-استوکس معرفی شد. وی با تبدیل‌های مناسب [6] معادلات انرژی و نویر-استوکس را به دستگاه معادلات معمولی غیرخطی زیر تبدیل نمود:

$$F''' + FF'' - (F')^2 = 0, \quad (1)$$

$$G'' + FG' - F'G + H = 0, \quad (2)$$

$$H'' + Pr FH' = 0 \quad (3)$$

که در آن Pr پارامتری فیزیکی به نام عدد پرنتل² است، با شرایط مرزی زیر

$$F(0) = 0, \quad F'(0) = 1, \quad F'(\infty) = 0 \quad (4)$$

$$G(0) = 0, \quad G(\infty) = 0, \quad (5)$$

$$H(0) = 1, \quad H(\infty) = 0 \quad (6)$$

معادله (1) با شرایط مرزی (4) دقیقاً همان مسئله انبساط دو بعدی است که توسط کرین³ [7] حل شده است و جواب آن

عبارتست از:

$$F = 1 - e^{-\xi}. \quad (7)$$

¹ - C. Y. Wang

² - Prandtl number

³ - Crane