

ارایه روشی برای تعیین جواب تحلیلی معادله جریان گاز در یک رسانای متخلخل میکرو – نانو

مریم مزدارانی¹

1 دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران غرب، گروه پایه و عمومی، تهران، ایران maryam.mazdarani@gmail.com

چکیده

می‌دانیم که محاسبه جواب جریان غیریکنواخت هم دمای گاز در یک رسانای متخلخل به عنوان یک مسئله مقدار مرزی قویاً غیرخطی در بازه نیمه نامتناهی، مشکل است. در این مقاله اصلاحی کارآمد از روش آنالیز هموتوپی ارائه شده است و این روش اصلاحی در به دست آوردن تقریبی از جواب تحلیلی جریان گاز در یک رسانای متخلخل میکرو- نانو به کار برده شده است. نتایج به دست آمده نشانگر یک سازگاری خیلی خوب بین روش‌های پیشنهاد شده و جواب‌های عددی است.

کلمات کلیدی: روش آنالیز هموتوپی، روش آنالیز هموتوپی اصلاح شده، بسط سری جواب، پارامتر کنترل همگرایی، بازه نیمه نامتناهی، جواب تحلیلی، معادله جریان غیریکنواخت گاز، رسانای متخلخل میکرو – نانو.

1- مقدمه

بسیاری از مسائل در علوم و مهندسی را می‌توان به صورت یک مسئله مقدار مرزی قویاً غیرخطی در یک بازه نامتناهی مدلسازی نمود. از این نوع مسائل، در تحلیل مسئله‌های موجود در ترمودینامیک، فیزیک‌های نجومی، جنبش‌های ریاضی فیزیک، مدل‌های جمعیت، رفتار حرارت ناشی از یک توده کروی گاز، مکانیک سیالات و بسیاری مباحث دیگر استفاده می‌شود. متأسفانه اکثر معادلات نظیر این مباحث، جواب تحلیلی یا شکل بسته ندارند. بنابراین، ایجاد الگوریتم‌های عددی جدید کارآمد و روش‌های نیمه تحلیلی جهت تقریب جواب‌های این مسائل برای مهندسين و ریاضی‌دان‌ها، عرصه پژوهش‌های جالبی است. این روش‌های شناخته شده، به عنوان مثال، عبارتند از: روش رونگه- کوتا [10]، روش‌های طیفی [14]، روش بسط σ [4]، روش تجزیه آدومین [5]، و روش تکراری وردشی [9].

در اینجا مروری داریم بر جریان غیریکنواخت گاز در یک رسانای متخلخل (جزئیات بیشتر در این مورد را می‌توان در [6 و 16] یافت). در این مبحث جریان غیریکنواخت گاز در یک رسانای متخلخل نیمه متناهی ابتدا توسط گاز در یک فشار یکنواخت $p_0 = 0$ در زمان $t_0 = 0$ انباشته شده است. فشار در قسمت خروجی ناگهان از p_0 به $p_1 = 0$ کاهش یافته ($p_1 = 0$) حالت انتشار در خلأ است) و پس از آن، در این فشار پایین‌تر نگهداشته شده است. جریان هم دمای غیریکنواخت گاز به صورت یک معادله دیفرانسیل جزئی غیرخطی توصیف شده است. این معادله دیفرانسیل جزئی غیرخطی که جریان غیریکنواخت گاز در رسانای متخلخل نیمه متناهی را شرح می‌دهد توسط ماسکات¹ [13] به صورت زیر بیان شده:

$$\nabla^2(p) = \gamma A \frac{\partial p}{\partial t}. \quad (1)$$

که در آن فشار p فشار داخل رسانای متخلخل است و ثابت A با خواص رسانه مشخص می‌شود. با تعمیم یک رسانای یک بعدی

$$\text{از } z = 0 \text{ به } z = +\infty \text{ معادله تبدیل می‌شود به } \frac{\partial}{\partial z} \left(p \frac{\partial p}{\partial t} \right) = A \frac{\partial p}{\partial t} \text{ با شرایط مرزی زیر:}$$

$$\begin{cases} P(z, 0) = P_0, & 0 < z < +\infty \\ P(0, t) = P_1 (< P_0), & 0 < t < +\infty. \end{cases}$$

¹ - Muskat