



تقریبی برای تابع توزیع نرمال استاندارد

شهرام منصوری

دانشکده علوم ریاضی، دانشگاه شهید بهشتی

چکیده: در بین تمام توزیع‌های آماری توزیع نرمال استاندارد مهمترین و کاربردی‌ترین توزیع آماری بوده و محاسبه سطح زیر منحنی چگالی و تابع توزیع آن مورد نیاز است. ضابطه این تابع بصورت یک انتگرال معین بیان می‌شود، ولی متأسفانه تابع اولیه آن دارای شکل بسته و تحلیلی نیست، لذا باید آن را تقریب زد. در این مقاله رابطه تقریبی سرگئی وینزکی با یک روش جدید اثبات می‌شود، سپس این تقریب با تغییراتی در رابطه آن بهبود داده و نشان می‌دهیم حداکثر مقدار خطای آن کمتر از ۵/۰۰۰۰۵۸۴ است.

واژه‌های کلیدی: تابع توزیع نرمال استاندارد تابع خطا، تقریب

۱ مقدمه

تابع خطا و تابع توزیع احتمال نرمال استاندارد بترتیب به صورت

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt; \quad -\infty < x < \infty \quad (1)$$

$$\Phi(z) = \int_{-\infty}^z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}t^2} dt; \quad -\infty < z < \infty \quad (2)$$

تعریف شده‌اند. براحتی می‌توان ثابت کرد که بین این دو تابع روابط زیر برقرارند.

$$\Phi(z) = \frac{1}{2} \left(1 + \operatorname{erf}\left(\frac{z}{\sqrt{2}}\right) \right) \quad (3)$$

$$\operatorname{erf}(x) = 2\Phi(\sqrt{2}x) - 1 \quad (4)$$

