



توصیف ریاضی مدل‌های زیست محیطی

محمد جعفری، الناز مساح مارالانی

¹دانشگاه پیام نور

²دانشگاه آزاد واحد تبریز

چکیده - مدل‌های زیست محیطی در مقیاس بزرگ را می‌توان جزء بسیار مهم در مطالعات جوامع پیشرفته مورد بحث و بررسی قرار داد، بعنوان مثال، تحقیق و بررسی تاثیر آینده تغییرات آب و هوایی روی سطح آلودگی در کشورهای مختلف. بطور معمول این مدل‌ها از نظر ریاضی توصیف کننده دستگاه غیرخطی از معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی بوده که در حوزه بسیار بزرگی از فضای سه بعدی توصیف و بصورت عددی در فواصل زمانی بسیار طولانی حل شده است. علاوه بر این، اغلب زیادی از این روشها توسعه یافته و در تحقیقات مورد استفاده قرار گرفته اند. بنابراین، ذخیره سازی و کار محاسباتی هردو نیاز بزرگی هستند. حال بر مشکلات بزرگ می‌توان غلبه کرد، تنها در صورتیکه چهار کار زیر را با موفقیت انجام دهیم (a) روشهای عددی سریع و به اندازه کافی دقیق، انتخاب شوند. (b) روش تقسیم قابل اعتماد و کارآمد بکارگرفته شود. (c) حافظه موقت در دسترس کامپیوترها بطور موثر قابل استفاده باشند. (d) بتوانیم برنامه موازی انجام دهیم. کلید واژه- محیط زیست، مدل ریاضی، روش تقسیم، روشهای عددی.

های نفوذ در نقطه (x,y,z) و در زمان t است. (اغلب k_x و K_y را ثابتهای نامنفی فرض می‌کنند). $K_{1i}=K_{1i}(t,x,y,z)$ و $K_{2i}=K_{2i}(t,x,y,z)$ ضرایب رسوب (به ترتیب رسوبات خشک و مرطوب) گونه شیمیایی i در نقطه (x,y,z) و در زمان t است. لازم به ذکر است که برای برخی از گونه های شیمیایی این ضرایب، ثابت های نامنفی می باشند. رسوب مرطوب K_{2i} برابر صفر است هرگاه باران نیاید. $E_i(t,x,y,z)$ منبع انتشار گونه شیمیایی i در نقطه فضایی (x,y,z) و در زمان t است.

2- تقسیم (شکافت) مدل

مدل ریاضی (1) را به صورت زیر به سه زیر مدل تقسیم می‌کنیم. (رجوع به [9])

$$\frac{\partial c_i^{(1)}}{\partial t} = -w \frac{\partial c_i^{(1)}}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z \frac{\partial c_i^{(1)}}{\partial z} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial c_i^{(2)}}{\partial t} = -u \frac{\partial c_i^{(2)}}{\partial x} - v \frac{\partial c_i^{(2)}}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left(k_x \frac{\partial c_i^{(2)}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y \frac{\partial c_i^{(2)}}{\partial y} \right) \quad (3)$$

$$\frac{\partial c_i^{(3)}}{\partial t} = -Q_i(t,x,y,z, c_1^{(3)}, c_2^{(3)}, \dots, c_q^{(3)}) + E_i(t,x,y,z) + (k_{1i} + k_{2i})c_i^{(3)} \quad (4)$$

زیرمدل (2) بیانگر تبادل عمودی و زیرمدل (3) ترکیب جریان افقی و انتشار افقی است و آخرین زیرمدل (4) واکنش

1- تشریح یک مدل زیست محیطی در مقیاس بزرگ

بجهت سادگی بحث، توجه خودمان را به طیف وسیعی از انتقال آلودگی هوا و به ویژه مدل خاص آن (UNI-DEM, the Unified Danish Eulerian Model, [9]) معطوف می‌کنیم اما بیشتر نتایج حاصله را می‌توان به سایر مدل های زیست محیطی تعمیم داد. UNI-DEM در قالب روابط ریاضی توسط دستگاه معادلات با مشتقات جزئی (PDEs) زیر بیان می‌شود.

$$\begin{aligned} - \text{انتقال افقی} & \quad \frac{\partial c_i}{\partial t} = -u \frac{\partial c_i}{\partial x} - v \frac{\partial c_i}{\partial y} \\ - \text{انتشار افقی} & \quad + \frac{\partial}{\partial x} \left(k_x \frac{\partial c_i}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y \frac{\partial c_i}{\partial y} \right) \\ & \quad + Q_i(t,x,y,z, c_1, c_2, \dots, c_q) + E_i(t,x,y,z) \\ & \quad \text{واکنش شیمیایی + انتشار} \\ - \text{رسوبات خشک و مرطوب} & \quad + (K_{1i} + K_{2i})C_i \\ - \text{انتقال عمودی} & \quad -w \frac{\partial c_i}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z \frac{\partial c_i}{\partial z} \right) \\ - \text{تعداد معادلات (گونه های شیمیایی)} & \quad i=1,2,\dots,q \end{aligned} \quad (1)$$

مقادیر مختلف در رابطه (1) بطور خلاصه بشرح زیر است:

$c_i = c_i(t,x,y,z)$ غلظت گونه شیمیایی i در نقطه (x,y,z) و در زمان t است. $U=U(t,x,y,z)$ و $V=V(t,x,y,z)$ سرعت باد (در امتداد جهت های Ox,Oy,Oz) در نقطه (x,y,z) و در زمان t است. و $K_z=K_z(t,x,y,z)$ و $K_y=K_y(t,x,y,z)$ و $K_x=K_x(t,x,y,z)$ ثابت