



بررسی انتگرال مسیر یک سیستم بوزونی

مرتضی احمدی^۱، مجتبی احمدی^۲

^۱دانشگاه شهید چمران اهواز، Mortezaahmadi1990@yahoo.com

^۲دانشگاه شهید چمران اهواز، Mojtabaahmadi_2007@yahoo.com

چکیده

در این کار به بررسی انتگرال مسیر به عنوان یکی از فرمول بندی های مکانیک کوانتومی پرداخته ایم. هدف اصلی ما در این نوشته محاسبه انتشار گر با بهره گیری از روش انتگرال مسیر برای یک سیستم بوزونی غیر نسبیتی، در دمای متناهی است.

واژه های کلیدی

انتگرال مسیر، انتشار گر، عملگر آفرینش، سیستم بوزونی، هامیلتونی

$$O_N(t_b, x_{1b}, x_{2b}, \dots, x_{Nb}) G_N(b; a) = \delta(t_b - t_a) \prod_{i=1}^N \delta(x_{ib} - x_{ia}) \quad (1)$$

صدق کند، می بایست سیستم کوانتومی ای را با هامیلتونی $H_N(x_1, \dots, x_N; p_1, \dots, p_N)$ و معادله شرودینگر $O_N \psi = 0$ به گونه ای در نظر بگیریم که رابطه زیر برقرار باشد [۵]:

$$O_N(t; x_1, \dots, x_N) = -i\hbar \frac{\partial}{\partial t} + H_N \quad (2)$$

ارتباط انتشار گر و تابع گرین

یافتن انتشار گر گام مناسبی برای بدست آوردن تابع گرین است. در واقع، انتشار گر در دینامیک کوانتومی نقش تابع گرین در دینامیک الکترو دینامیک را بازی می کند. با داشتن توزیع اولیه (تابع موج اولیه) و بهره گیری از انتشار گر می توان تابع موج را در هر زمان دیگری بدست آورد. در سیستم های غیر برهم کنشی یا منزوی، با توجه به ساختار این گونه سیستم ها، یافتن انتشار گر برای تحلیل سیستم داده شده کفایت می کند.

انتشار گر چیزی جز نمایش مکانی عملگر تحول زمانی نیست. این

کمیت را می توان با حل معادله زیر بدست آورد [۶]

$$O_N(t_b; x_{1b}, \dots, x_{Nb}) K_N(b, a) = 0 \quad (3)$$

شرط اولیه ای که برای محاسبه انتشار گر به آن نیاز داریم بدین صورت است

$$K_N(b, a) \rightarrow \prod_{i=1}^N \delta(x_{ib} - x_{ia}), t_b \rightarrow t_a + 0 \quad (4)$$

آنچه فاینمن انجام داد و مورد توجه نیز قرار گرفت این بود که نشان داد انتشار گر را می توان با بهره گیری از روش انتگرال مسیر بدست آورد؛

$$K(b, a) = \int_{x_{1a}}^{x_{1b}} \dots \int_{x_{Na}}^{x_{Nb}} \exp\left[\frac{i}{\hbar} \int_{t_a}^{t_b} L(t; x_1, \dots, x_N) dt\right] Dx_1 \dots Dx_N \quad (5)$$

مورد دیگری که از تلاش های فاینمن حاصل شد، یافتن ارتباط بین انتشار گر و تابع گرین بود این ارتباط را می توان به صورت خلاصه، به شکل زیر نشان داد

$$G(b, a) = \begin{cases} K(b, a) & \text{if } t_b > t_a \\ 0 & \text{if } t_b < t_a \end{cases} \quad (6)$$

مقدمه

پیدایش انتگرال مسیر به سال ۱۹۴۰/۱۳۱۹ بر می گردد. زمانی که فاینمن فرمول بندی جدیدی را از مکانیک کوانتومی ارائه کرد. این فرمول بندی با صورت بندی رایج آن زمان که فرمول بندی شرودینگری نام داشت، متفاوت بود [۱]. فرمول بندی یا روش فاینمن مبتنی بر استخراج انتشار گر بود و در برخی از مسایل فیزیکی به سادگی انتشار گر را به دست می داد.

مانند هر روشی، روش فاینمن نیز دارای نکات مثبت و منفی خاص خود است. از نکات مثبت این فرمول بندی می توان به محاسبه انتشار گر بدون نیاز به محاسبه ویژه حالت ها و ویژه مقادیر هامیلتونی اشاره کرد. همچنین، از نکات منفی این روش می توان به پیچیده کردن حل برخی از مسائل کوانتومی اشاره کرد. پس از فاینمن، کلاودر روش انتگرال مسیر را به فضای حالت های همدوس بسط داد [۲].

روش انتگرال مسیر دارای کاربردهای متعددی در شاخه های مختلف فیزیک از جمله در فیزیک ماده چگال و نظریه میدان ها می باشد. همچنین، این روش حلقه ارتباطی بین مکانیک آماری و مکانیک کوانتومی است [۳-۴].

در این نوشته قصد داریم به تشریح شکل انتگرال مسیر در فضای حالت های همدوس و پس از آن، فضای بوزونی در دمای متناهی و شرایط غیر نسبیتی بپردازیم.

انتگرال مسیر فاینمن

برای محاسبه تابع گرینی که در رابطه