



طراحی کلاس خاصی از کنترل کننده مرتبه کسری مد لغزشی برای سیستم های مرتبه کسری آشوبناک غیر خطی

فریده شهبازی^۱، محمود محمودی^۲، رضا قاسمی^۳

^۱ دانشکده علوم پایه، دانشگاه قم، قم، ایران faride_sh67@yahoo.com

^۲ دانشکده علوم پایه، دانشگاه قم، قم، ایران m.mahmoodi@qom.ac.ir

^۳ دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه قم، قم، ایران r.ghasemi@qom.ac.ir

چکیده

در این مقاله طراحی کنترل کننده مرتبه کسری مد لغزشی برای دسته خاصی از سیستم های غیر خطی مرتبه کسری مورد بررسی قرار گرفته است. پایداری سیستم حلقه بسته با استفاده از تئوری لیاپانوف برای سیستم های مرتبه کسری بررسی شده است. هدف این مقاله پایداری دسته ای از سیستم های آشوبناک مرتبه کسری با اعمال ورودی غیر خطی می باشد. از برتری های روش ارائه شده می توان به موارد: ۱- مقابله با اغتشاشات و عدم قطعیت های سیستم ۲- همگرایی خطای ردیابی به سمت صفر ۳- اثبات پایداری سیستم حلقه بسته، اشاره نمود. در پایان شبیه سازی یک مثال عددی برای صحت کارایی و مقاومت کنترل پیشنهادی پیاده سازی شده است.

واژه های کلیدی

سیستم های مرتبه کسری، سیستم آشوبناک، کنترل مد لغزشی، نظریه پایداری لیاپانوف.

۱- مقدمه

در سال های اخیر، سیستم های مرتبه کسری توجهات زیادی را نسبت به خود جلب کرده است. سیستم های مرتبه کسری توصیف بهتری از سیستم های موجود در دنیای واقعی را نسبت به سیستم های مرتبه صحیح ارائه می دهند. برای مثال از سیستم های مرتبه کسری می توان سیستم های هدایت گرما، سیستم های ویسکوالاستیک، موج های الکترومغناطیسی و غیره نام برد [1].

مشتقات مرتبه کسری ابزار بسیار مناسبی برای توصیف خواص همچون حافظه داری و ارث پذیری بسیاری از مواد و فرآیندها هستند. همین مساله سبب شده است که در سال های گذشته تحقیقات گسترده ای در زمینه مدل سازی سیستم های واقعی با استفاده از معادلات دیفرانسیل مرتبه کسری انجام شود. اخیراً نشان داده شده است که خطوط انتقال قدرت با استفاده از مدل های مرتبه کسری به طور دقیق تری مدل می شوند [2].

پدیده آشوب از حساس ترین ویژگی های سیستم هاست. وقوع آشوب در سیستم های مرتبه کسری به طور گسترده ای مورد مطالعه قرار گرفته و نیز نشان داده شده است که یک سیستم مرتبه کسری خطی مستقل از زمان نمی تواند پاسخ نوسانی داشته باشد. از دیگر

کاربردهای سیستم های با بعد کسری می توان به مدل سازی رفتار نوسانی مواد ویسکوالاستیک، قطبش دی الکتریک، قطبش الکترو-الکترولیت، امواج الکترومغناطیسی، تأمین منابع مالی و تکامل کوانتومی سیستم های پیچیده نیز اشاره کرد [3,4,5].

در چند سال گذشته تحقیقات قابل ملاحظه ای در مورد پایداری سیستم های مرتبه کسری انجام شده است. در سال ۲۰۰۹ مفهوم پایداری میتاگ-فلر برای سیستم های مرتبه کسری تعریف شد و با اثبات این که پایداری میتاگ-فلر به نوعی بیان کننده پایداری مجانبی می باشد، قضیه پایداری لیاپانوف برای سیستم های مرتبه کسری به اثبات رسید [6,7,13].

هدف مقاله، پایداری دسته خاصی از سیستم های آشوبناک مرتبه کسری غیر خطی می باشد. بدین منظور، با استفاده از روش کنترل مد لغزشی مسیری های حالت این سیستم را کنترل کرده و با اعمال ورودی کنترل غیر خطی به صفر هدایت می کنیم. سپس پایداری سیستم اثبات شده، خطای ردیابی به صفر همگرا می شود و رفتار نوسانی سیستم کنترل می شود.

این مقاله به صورت زیر سازماندهی شده است: پس از بیان مقدمه در بخش اول، تعاریف مشتق و انتگرال کسری در بخش دوم آورده شده است. یک مساله با معادلات دیفرانسیل مرتبه کسری در بخش سوم مطرح شده و روش کنترل مد لغزشی برای آن پیاده سازی شده است. همچنین پایداری روش پیشنهادی با استفاده از پایداری لیاپانوف اثبات شده است. مثال عددی در بخش چهارم مطرح و شبیه سازی آن با استفاده از نرم افزار متلب انجام گرفته است.

۲- محاسبات مرتبه کسری

تاریخچه تئوری مشتقات از درجه غیر صحیح به نامه ی لایبنیتز^۱ برای هوپیتال^۲ در ۳۰ سپتامبر ۱۶۹۵ برمی گردد. در این نامه، معنای مشتق از مرتبه ۰/۵ مورد بحث قرار گرفت که منجر به ظهور نظریه ی مشتقات و انتگرال های از مرتبه ی دلخواه شد. طی چند قرن گذشته، دانشمندان متعددی از قبیل اویلر، لاگرانژ، لاپلاس، آبل، ریمان،

^۱ Leibniz

^۲ Hopital