

کاربرد روش برهم‌نهی شوارتز به همراه روش توابع پایه‌نمایی در حل معادله دیفرانسیل لاپلاس بر روی دامنه‌های غیر محدب

مهتاب تقوایی^{۱*}، بشیر موحدیان عطار^۲، بیژن برومند^۳

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد سازه دانشگاه صنعتی اصفهان، m.taghvaei@cv.iut.ac.ir

۲- استادیار دانشکده مهندسی عمران دانشگاه صنعتی اصفهان، b.movahedian@cc.iut.ac.ir

۳- استاد دانشکده مهندسی عمران دانشگاه صنعتی اصفهان، boromand@cc.iut.ac.ir

چکیده

معادله دیفرانسیل لاپلاس از جمله معادلات دیفرانسیل پرکاربرد در علوم مهندسی و از جمله مهندسی عمران به شمار می‌رود. در مقاله پیش‌رو با استفاده از روش برهم‌نهی شوارتز به همراه روش توابع پایه‌نمایی به حل این معادله دیفرانسیل بر روی دامنه غیرمحدب شامل مسائل با مرز داخلی پرداخته شده است. در شکل سراسری روش توابع پایه‌نمایی، پاسخ به صورت یک سری متشکل از توابع پایه‌نمایی صدق‌کننده در معادله دیفرانسیل، در نظر گرفته شده و با ارضاء شرایط مرزی، ضرایب مجهول بدست می‌آیند. این روش بدون شبکه علی‌رغم مزایای فراوان از جمله ساده بودن فرمول‌بندی و پیاده‌سازی رایانه‌ای و نیز دقت بالای نتایج، در حل مسائل با مرز داخلی با محدودیت روبه‌رو است. با به‌کارگیری روش شوارتز متوالی در چنین مسائلی، حل معادله لاپلاس بر روی دامنه کلی با حل آن بر روی هر زیر دامنه و برقراری شرایط مرزی مصنوعی با استفاده از نتایج بدست آمده در زیر دامنه‌های مجاور حاصل می‌شود. با تکرار این روند تا رسیدن به همگرایی مناسب، حل تقریبی معادله در کل دامنه بدست می‌آید. از جمله مزیت‌های این تکنیک می‌توان به ماهیت موازی محاسبات اشاره کرد که سبب تسهیل روند حل و کاهش زمان محاسبات می‌شود. نتایج حاصل از حل مثال‌های مختلف، بیانگر دقت بالای نتایج با استفاده از روش برهم‌نهی به همراه روش توابع پایه‌نمایی در حل این معادله دیفرانسیل بر روی دامنه‌های غیرمحدب است.

واژه‌های کلیدی: روش برهم‌نهی شوارتز، روش توابع پایه‌نمایی، روش بدون شبکه، معادله دیفرانسیل لاپلاس، دامنه غیرمحدب

۱- مقدمه

با توجه به نقش بسیار مهم معادلات دیفرانسیل از جمله معادله لاپلاس در مسائل مهندسی، حل این معادلات نظر شمار زیادی از محققان را به خود معطوف نموده است. هم‌چنین در چند دهه‌ی گذشته به مدد پیشرفت فناوری رایانه‌ای، توسعه‌ی روش‌های عددی مانند روش تفاضل محدود^۱، روش اجزا محدود^۲، روش المان‌های مرزی^۳ و روش‌های بدون شبکه^۴ به حل تقریبی این مسائل منجر شده است. لیکن انتخاب روش مناسب برای حل هر مسأله متأثر از دو عامل میزان دقت نتایج و هزینه محاسبات بوده و بر این اساس، کاربرد هر یک از روش‌های یاد شده در برخی مسائل با محدودیت روبه‌رو می‌گردد [۱، ۲].

^۱Finite Element Method

^۲Finite Difference Method

^۳Boundary Element Method

^۴Meshless Methods (Mesh Free Methods)