

# استخراج ماتریس سختی استاتیکی تیر اولر - برنولی جدارنازک سه بعدی با مقطع نامتقارن دارای هسته برشی تحت اثر بار محوری خارج از مرکز

## الهام قندی

استادیار دانشگاه محقق اردبیلی، دانشکده فنی و مهندسی، گروه عمران

ghandi@uma.ac.ir

### خلاصه

ماتریس سختی استاتیکی دقیق ماتریسی است که ارتباط مابین تغییر مکانها و نیروهای گرهی دو انتهای عضو سازه‌ای را برقرار می‌کند و هر درایه از ماتریس مذکور تابعی متعالی از ضریب بار می‌باشد. با استفاده از این ماتریس می‌توان بارهای بحرانی کمانش عضو سازه‌ای مورد نظر را محاسبه کرد. در این تحقیق سعی بر آن است که ماتریس سختی استاتیکی دقیق تیر اولر- برنولی جدارنازک سه بعدی با مقطع نامتقارن دارای هسته برشی تحت اثر بار محوری خارج از مرکز استخراج شود. ماتریس سختی استاتیکی دقیق استخراج شده در این تحقیق برای اعضای جدارنازک بدون هسته برشی و با هسته برشی با هر گونه مقطعی (کاملاً متقارن، با یک محور تقارن و کاملاً نامتقارن) و همچنین در حالت‌هایی که بار محوری گذرا از مرکز و یا بار محوری با خروج از مرکزیت است، قابل استفاده می‌باشد. از آنجا که مساله محاسبه بارهای بحرانی کمانش با استفاده از ماتریس سختی استاتیکی دقیق به یک مساله مقدار ویژه غیرخطی منجر می‌شود، بنابراین از الگوریتم Wittrick-Williams برای حل مساله مقدار ویژه مذکور استفاده خواهد شد. با حل مثال‌هایی ضمن انجام صحت تحقیق انجام شده، مشاهده شد که با افزایش خروج از مرکزیت‌ها از میزان بار بحرانی کمانش کاسته می‌شود. همچنین با در نظر گرفتن اثر هسته برشی، بارهای بحرانی کمانش نسبت به حالت بدون هسته برشی بیشتر است. زیرا با اعمال هسته سازه سخت تر می‌شود.

**کلمات کلیدی:** ماتریس سختی استاتیکی، تیر جدارنازک، بار محوری خارج از مرکز، بار بحرانی کمانش، هسته برشی.

### ۱. مقدمه

حل مساله کمانش اعضای با مقطع کاملاً متقارن با استفاده از روش‌های تحلیلی به سالیان دور برمی‌گردد. در اینگونه اعضا به دلیل انطباق مرکز هندسی و مرکز برش بر همدیگر، کمانش خمشی و کمانش پیچشی مستقل از هم خواهند بود، در نتیجه معادلات دیفرانسیل حاکم بر کمانش به صورت مستقل از هم حل می‌شوند. در صورتیکه در اعضای با مقطع نامتقارن به دلیل عدم انطباق مرکز هندسی مقطع و مرکز برشی، کمانش وابسته خمشی - پیچشی اتفاق می‌افتد و معادلات دیفرانسیل کمانش وابسته به هم خواهند بود. به دلیل پیچیدگی حل همزمان معادلات دیفرانسیل وابسته مذکور، برای محاسبه بارهای بحرانی اعضای با مقطع نامتقارن بیشتر از روش‌های تقریبی استفاده شده است. استخراج ماتریس سختی استاتیکی دقیق با استفاده از حل تحلیلی معادلات دیفرانسیل حاکم بر کمانش عضو و استفاده از آن برای محاسبه بارهای بحرانی به عنوان یکی از روش‌های دقیق برای حل مساله کمانش مطرح می‌شود. با استفاده از این روش می‌توان به صورت دقیق مساله کمانش عضو با هر نوع مقطعی را حل کرد. Williams و Banerjee [۱] عبارات صریحی برای درایه‌های ماتریس سختی استاتیکی دقیق تیر غیرمنشوری اولر- برنولی با مقطع متقارن استخراج کردند. تیر مذکور تحت اثر بارگذاری محوری قرار داشت. ماتریس‌های سختی مربوط به رفتار خمشی، رفتار پیچشی و محوری از حل مستقل معادلات دیفرانسیل حاکم بدست آمده است. ماتریس سختی کلی شامل هر سه نوع ماتریس‌های مذکور است. برای حل معادله دیفرانسیل خمشی از توابع بسط استفاده شده است. برای استخراج بارهای بحرانی از الگوریتم Wittrick-Williams [۲] استفاده شده است. Banerjee [۳] از ترکیب ماتریس سختی استاتیکی دقیق اعضای غیر منشوری بدست آمده در تحقیق قبلی، ماتریس سختی دقیق کلی را برای قاب‌های مسطح متشکل از اعضای غیر منشوری را ایجاد کرد و با اعمال الگوریتم Wittrick-Williams [۲]، بارهای بحرانی قاب‌های مذکور را بدست آورد. Dumir و Dube [۴] ماتریس سختی تیر جدارنازک غیر منشوری با مقطع نامتقارن را که بر روی بستر الاستیک از نوع Pasternak قرار داشت، استخراج کردند. ایشان برای حل معادلات دیفرانسیل از روش سری توانی استفاده نموده و برای بدست