



روشی نومریک برای برپایی سطوح با شیب ثابت و کاربرد آن در مهندسی عمران

محمدحسین جهان‌اندیش¹، مجتبی جهان‌اندیش²

1- دانشجوی دانشگاه علوم و تحقیقات فارس

2- دانشیار بخش مهندسی راه و ساختمان دانشگاه شیراز

jahanand11@gmail.com

jahanand@shirazu.ac.ir

خلاصه

سطوحی که شیب ثابتی دارند، در واقع سطح جواب یک معادله دیفرانسیل غیرخطی هستند که به معادله آیکونال (Eikonal) معروف است. این معادله دیفرانسیل مشتقات جزئی، در بسیاری از پدیده‌ها در فیزیک و تکنولوژی مطرح می‌شود. در مهندسی عمران نیز این معادله کاربردهای زیادی دارد. از آن جمله می‌توان به تعیین ظرفیت مقاطع توپُر در پدیده پیچش پلاستیک و همچنین تعیین حجم مصالح دانه‌ای ریخته شده تحت زاویه قرار اشاره نمود. برای حل معادله حاکمه مربوطه، تا کنون روش‌هایی ارائه شده است؛ اما در این مقاله، براساس خصوصیات هندسی سطوح جواب، روشی جدید برای حل نومریک معادله دیفرانسیل حاکمه ارائه شده است. پس از توضیح این روش عددی، به مزایای آن نسبت به روش‌های قبلی اشاره شده و با حل مثال‌هایی نشان داده شده که روش مذکور در تعیین ظرفیت پلاستیک مقاطع در پدیده پیچش، و همچنین در تعیین حجم و سطح مصالح دانه‌ای ریخته شده تحت زاویه قرار و مسائل مشابه آن، کارایی خوبی دارد.

کلمات کلیدی: سطوح با شیب ثابت، پیچش پلاستیک، زاویه قرار

1. مقدمه

بر پا کردن سطوحی با شیب ثابت روی یک منحنی پیرامونی بسته، از مسائل مورد علاقه در فیزیک و مهندسی است. برایایی چنین سطحی که گرادیان آن ثابت است در مهندسی عمران نیز کاربرد متعدّد دارد. مثلاً این سطح می‌تواند به عنوان بام سالن‌های بزرگ، مورد استفاده قرار گیرد. از موارد دیگر تشکیل این سطوح، محل دیپوی مصالح دانه‌ای است. در چنین مواردی که این گونه مصالح تحت زاویه قرار انباشته می‌شوند، تعیین حجم این مصالح اهمیت ویژه دارد. در تعیین ظرفیت مقاطع نامنظم توپُر در پدیده پیچش در حالت پلاستیک نیز تشکیل چنین سطحی روی مقطع مورد نظر و تعیین حجم زیر آن، موضوعیت پیدا می‌کند؛ چراکه حجم مربوطه، با ظرفیت پلاستیکی مقطع در پیچش متناسب است. در مواردی که منحنی پیرامونی ساده و تراز است، هندسه چنین سطحی ساده خواهد بود. اما در شرایطی که منحنی پیرامونی پیچیده و غیر تخت است، سطح مذکور پیچیده‌تر می‌شود؛ به طوری که برپایی آن محتاج استفاده از روش‌های نومریک است. روش‌های عددی دیگری نیز برای این مسئله ارائه شده‌اند. از جمله این روش‌ها، Level Set Method [1-3]، Fast Marching Method [2,3] و Ordered Upwind Method [4,5] هستند. این روش‌ها همگی بر این اساس استوارند که سطح مذکور را از طریق یافتن مجموعه‌ای از خطوط تراز آن مشخص سازند. به همین دلیل، کارایی آن‌ها در تعیین مساحت سطح مربوطه و حجم زیر آن کم است. از نقطه نظر محاسباتی نیز این روش‌ها محتاج شبکه‌ای هستند که مبنای انجام محاسبات قرار گیرد. در کلیه روش‌های مذکور منحنی پیرامونی باید تراز باشد. در حالتی که منحنی پیرامونی تراز نیست، اصولاً این روش‌ها قابل اعمال نیستند. در این مقاله، روش عددی جدیدی برای برپایی چنین سطحی ارائه شده است. منحنی پیرامونی در این روش می‌تواند تراز نباشد. برای انجام محاسبات نیز احتیاجی به وجود شبکه نیست. بر خلاف روش‌های دیگر، در این روش سطح مذکور از طریق مجموعه خطوط بزرگترین شیب آن تعیین می‌گردد، نه خطوط تراز آن. به همین دلیل امکان محاسبه دقیق مساحت این سطح و حجم زیر آن به راحتی فراهم می‌گردد. محاسبه این دو کمیت در بعضی مسائل اهمیت ویژه دارد. مثلاً مساحت سطح