

Finite Element Formulation of Two Nodes Element for Free Vibration of Timoshenko beam

محمد کارکن^۱، مجتبی آقامیری اصفهانی^۲، سید محمد صابریزاده^۳

۱- دانشجوی دکتری سازه، دانشگاه فردوسی مشهد، karkon442@gmail.com

۲- دانشجوی کارشناسی ارشد سازه-هوافضا، دانشگاه فردوسی مشهد، mojtaba.ghamiri@gmail.com

۳- دانشجوی کارشناسی ارشد سازه، دانشگاه فردوسی مشهد، saberizade.m@gmail.com

Abstract

In this paper, a two-node element has been suggested for free vibration analysis of Timoshenko beam. A cubic displacement polynomial and a quadratic rotational field are selected for this element. Moreover, it is assumed that shear strain of element has the constant value. Interpolation functions for displacement field and beam rotation are exactly calculated by writing total beam energy and its stationing to shear strain. By exploiting these interpolation functions, beam stiffness matrix is also examined. Then mass matrix of the proposed element calculated by writing governing equation on beam free vibration. At last, accuracy and efficiency of proposed element is evaluated through numerical tests. These tests show high accuracy of the proposed element in free vibration analysis of beam with various boundary conditions.

keyword

finite element, shear deformation, Timoshenko beam, free vibration.

۱. مقدمه

در تحلیل ارتعاش آزاد تیرها، دو گونه نگره گسترش یافته‌اند. در نگرهی اولر-برنولی، ارتعاش تیر بدون اثر برش بررسی می‌شود. این شیوه، در تیرهای با ضخامت کم که اثر برش ناچیز می‌باشد، پاسخ مناسب و قابل قبول را به دست می‌دهد. اما با افزایش ضخامت تیر و در نتیجه افزایش اثر تغییر شکل برشی، میزان خطای پاسخ نیز افزایش می‌یابد [۱]. در مقابل، در نگرهی تیموشنکو اثر تغییر شکلهای برشی وارد رابطتهای می‌گردد. بنابراین این شیوه به خصوص در تیرهای عمیق که اثر برش تأثیرگذار است، پاسخ بهتری را به دست می‌دهد. گرچه اثر اینرسی دورانی تیرهای عمیق اولین بار توسط رابلی بررسی شد، اما تیموشنکو این نگره را گسترش داد و اثر برش نیز وارد رابطتهای نمود. به دلیل پیچیده بودن معادلههای حاکم بر ارتعاش آزاد تیرها در حالت کلی، روشهای عددی نظیر اجزای محدود گسترش چشمگیر پیدا کرده‌اند.

تا کنون جزءهای گوناگونی بر مبنای نگرهی تیموشنکو ارائه شده است. این جزءها در دو دسته ساده و پیچیده طبقه بندی می‌شوند. در مرجعهای [۲-۴] جزءهای ساده‌ی دو گرهی با چهار درجهی آزادی پیشنهاد شده است. همچنین در مرجع [۳] توماس و همکاران به بررسی جزءهای پیشنهاد شده توسط سایر پژوهشگران پرداخته‌اند. اولین جزء مرتبه‌ی بالا توسط کاپور [۵] پیشنهاد شد. این جزء دارای هشت درجهی آزادی می‌باشد. لیس و توماس یک جزء پیچیده را با به کار بردن سریهای چند جمله‌ای مستقل برای میدانهای جابهجایی و دوران آفریدند [۶، ۷]. همچنین این شیوه رابطه سازی توسط وبستر [۸] نیز مورد استفاده قرار گرفته است. رانو و گوپتا [۹] ارتعاش آزاد تیرهای در حال دوران را مورد بررسی قرار داده‌اند. در برخی از راهکارها، نظیر رابطتهای همعامل، میدان جابهجایی و دوران، هم مرتبه و مستقل از هم فرض می‌گردند [۱۰]. گونکالو و همکاران، معادله‌ی فرکانس و مودهای ارتعاشی برای شرایط مختلف تکیهگاهی تیرهای با نگرهی اولر-برنولی ارائه کرده است [۱۱]. لی و اسکولتز [۱۲] با روش شبه طیفی، ارتعاش آزاد تیر تیموشنکو را مورد بررسی قرار داده داده‌اند.

^۱ دانشجوی دکتری سازه

^۲ دانشجوی کارشناسی ارشد هوافضا

^۳ دانشجوی کارشناسی ارشد سازه